

На правах рукописи

**Биткина Ольга Владимировна**

**РАЗРАБОТКА МЕТОДА РАСЧЕТА  
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ  
МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН ИЗ ВОЛОКНИСТЫХ  
КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Самара – 2013

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет» на кафедре «Прикладная математика и информатика»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор **Радченко Владимир Павлович**

Официальные оппоненты:

**Сеницкий Юрий Эдуардович**, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Самарский государственный архитектурно-строительный университет», заведующий кафедрой «Сопротивление материалов и строительная механика»;

**Вильдеман Валерий Эрвинович**, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет», профессор кафедры «Механика композиционных материалов и конструкций».

Ведущая организация: федеральное государственное унитарное предприятие Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ – Прогресс» (г. Самара)

Защита диссертации состоится «2» июля 2013 года в 14<sup>00</sup> часов на заседании диссертационного совета Д 212.217.02 ФГБОУ ВПО «Самарский государственный технический университет» по адресу: 443010, г. Самара, ул., ул. Галактионовская, 141, ауд. 33.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВПО «СамГТУ».

Автореферат разослан «\_\_» \_\_\_\_\_ 2013 г.

Отзывы по данной работе (в двух экземплярах, заверенные печатью) просим направлять по адресу: Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская 244, Главный корпус, на имя ученого секретаря диссертационного совета Д 212.217.02; факс: (846) 278-44-00.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 212.217.02.  
д.т.н., профессор

Денисенко А.Ф.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Современное развитие авиационной и космической техники характеризуется возрастающим применением в размеростабильных конструкциях различного назначения тонкостенных слоистых элементов из композиционных материалов, например, в качестве элементов конструкции крупногабаритных зеркальных антенн, элементов несущих конструкций оптических телескопов и др. Наиболее часто в роли тонкостенных слоистых элементов выступают многослойные пластины, изготовленные из высокопрочных и высокомодульных композиционных материалов (КМ). К основным требованиям, предъявляемым к размеростабильным конструкциям, работающим в условиях открытого космоса, относятся: высокая точность изготовления, измеряемая отклонениями от геометрически заданных форм долями миллиметра; высокая точность форм и размеров в процессе эксплуатации, что должно обеспечиваться долговременной стабильностью термомеханических и тепловых свойств материала и конструкции; малая масса при одновременно высоких прочности и жесткости.

В практике изготовления слоистых тонкостенных элементов конструкций (в частности, многослойных пластин) довольно широко встречаются случаи, когда изготовленные конструкции изменяют свою первоначальную геометрию и в результате оказываются непригодными для использования по требованиям обеспечения точности. Исходя из этого, основная проблема, связанная с технологией производства космических и авиационных конструкций и их основных элементов из композиционных материалов, заключается в получении эталона рабочей поверхности конструкции, исключающей коробление под действием технологических остаточных напряжений, различных типов нагрузок, а также внешних и внутренних силовых факторов. Решение этих проблем реализуется комплексным подходом разработки новых технических и технологических идей, а также созданием новых расчетных схем оценки напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов с учетом технологических факторов в условиях температурно-силового нагружения. Одним из актуальных вопросов проектирования элементов авиационно-космических конструкций является не только обоснование и внедрение в практику расчетов новых расчетных схем, эффективных с точки зрения построения решения, но и проведение экспериментальных исследований, позволяющих оценивать точность полученных результатов с учетом отражения специфики работы тонкостенных пространственных систем. Вышеизложенное и определяет актуальность настоящего диссертационного исследования.

**Цель работы.** Разработка метода расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов с асимметричным по толщине строением пакета и несимметричными граничными условиями в условиях температурно-силового нагружения с учетом технологических остаточных напряжений и допусков укладки волокон и

других факторов; проведение новых экспериментальных исследований в этом направлении.

Достижение поставленной цели связано с решением следующих **частных задач**:

1) разработка математической модели оценки прочности и деформируемости прямоугольных многослойных пластин из композиционных материалов с учетом технологических возмущений напряженно-деформированного состояния (НДС) и структуры пакета;

2) разработка математического, алгоритмического и программного обеспечения для реализации математической модели и параметрический анализ влияния температурно-силовых и технологических факторов на НДС;

3) исследование влияния структуры композиционного материала на формоизменение панелей с учетом технологических возмущений напряженно-деформированного состояния и структуры пакета, асимметричности его строения по толщине, количества слоев укладки, вариаций допусков и т.д.

4) проведение экспериментальных исследований по определению влияния технологических и температурно-силовых факторов на формоизменение и напряженно-деформированное состояние;

5) экспериментальная проверка разработанных расчетных методов в широком диапазоне входных силовых, геометрических и технологических параметров;

6) разработка рекомендаций по созданию размеростабильных тонкостенных панелей из КМ.

#### **Научная новизна работы.**

1. Построена и реализована математическая модель расчета напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов, в отличие от существующих моделей позволяющая учитывать асимметричную структуру пакета, несимметричные граничные условия, технологические остаточные напряжения и допуски укладки волокон, температурно-силовые нагрузки.

2. Выполнено исследование влияния технологических параметров (толщина монослоя и пакета в целом, структура пакета, углы укладки и разориентации волокон) на формирование остаточных технологических напряжений в многослойных композитных пластинах и установлены их зависимости от этих параметров.

3. Выполнено параметрическое исследование влияния толщины панели, вида укладки, углов разориентации и уровня предварительного натяжения волокон, структуры пакета и объемного содержания компонентов многослойной панели на ее прочность и коробление после технологических процедур; даны рекомендации по рациональному выбору технологических параметров для минимизации перемещений панели.

4. Разработана методика экспериментального исследования формоизменения многослойной панели в зависимости от технологических факторов. Экспериментально и расчетным путем показано, что применение операции технологического натяжения волокон позволяет повысить несущую способность и же-

сткость многослойной конструкции в условиях внешнего силового нагружения, а также эффективный модуль упругости композиционного материала с любой схемой армирования.

5. Выполнено сравнение показателей оценки прочности и формоизменения для различных технологических операций при формировании структуры многослойных композитных пластин и даны конкретные рекомендации по рациональному проектированию панелей.

**Практическая значимость** в теоретическом плане заключается в разработке метода расчета напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов с учетом технологических факторов, разработке математического и программного обеспечения для реализации метода, детальном параметрическом анализе влияния структуры пакета и остаточных технологических напряжений на прочность и формоизменение панелей. С прикладной (инженерной) точки зрения разработанные методы позволяют выполнить детальный параметрический анализ влияния граничных условий, структуры пакета, остаточных технологических напряжений, внешних температурно-силовых нагрузок на напряженно-деформированное состояние, что является основой для разработки конкретных рекомендаций по оптимальному проектированию слоистых композитных пластин и научно-обоснованному выбору технологических операций при производстве размеростабильных конструкций. Методика экспериментальных исследований формализована и является универсальным источником получения новых результатов в теории слоистых пластин.

**Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций, а также достоверность результатов** подтверждается адекватностью модельных математических представлений реальному механическому поведению композиционных материалов и многослойных пластин в упругой области; корректностью использования математического аппарата, законов механики деформированного твердого тела и разработанного программного обеспечения; результатами сравнения данных расчета по предложенным моделям с прямыми экспериментальными исследованиями в частных случаях; использованием результатов в реальном производстве.

**На защиту выносятся:**

1) метод расчета напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов с несимметричными граничными условиями, асимметричной структурой пакета и технологическими остаточными напряжениями в условиях температурно-силового нагружения;

2) прикладное программное обеспечение для численной реализации задач изгиба слоистых композитных пластин и анализа напряженно-деформированного состояния при различных граничных условиях с учетом технологических факторов;

3) результаты анализа влияния предварительного натяжения волокон, углов армирования и разориентации, объемного содержания компонентов композита, структуры пакета на прочность и коробление многослойных композитных пластин после технологических процедур;

4) результаты численного анализа влияния остаточных технологических напряжений на прочностные характеристики и жесткость панелей в условиях внешнего силового нагружения;

5) методика и результаты экспериментальных исследований зависимости статической прочности, жесткости и эффективного модуля упругости волокнистых композиционных материалов от уровня натяжения волокна и технологического напряженно-деформированного состояния панели в условиях внешнего силового нагружения.

**Внедрение.** Разработанные теоретические и экспериментальные методы, алгоритмы и программное обеспечение, позволяющие рациональным образом спроектировать технологический процесс изготовления многослойных композитных панелей для размеростабильных крупногабаритных конструкций, внедрены в ОАО «Пластик» (г. Сызрань, Самарская обл.), использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» и включены в лекционный материал дисциплин «Математические модели механики сплошных сред», «Численные методы решения краевых задач».

**Апробация диссертации.** Результаты научных исследований опубликованы в 18 печатных работах и докладывались на ряде конференций различного уровня: на III городской молодежной научно-практической конференции «Научный потенциал города – XXI веку» (г. Самара, 2005); Седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2010); Восьмой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2011); Третьей международной конференции «Математическая физика и ее приложения» (г. Самара, 2012); Третьей международной научно-практической конференции «Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития» (г. Ульяновск, 2012); IV Всероссийском симпозиуме «Механика композиционных материалов и конструкций» (г. Москва, 2012); XVIII Зимней школе по механике сплошных сред (г. Пермь, 2012); Девятой Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2013); на научном семинаре «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. проф. Радченко В.П., 2011 – 2013 гг.).

**Публикации.** Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 18 научных работах, из них 4 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 7 статей в других журналах и сборниках трудов конференций и 7 тезисов докладов.

**Личный вклад автора.** Работы [1, 2, 5, 6, 7, 10, 11, 13, 14, 15] выполнены самостоятельно. В основных работах [3, 4] диссертанту принадлежит совместная постановка задач и разработка методов их решения, ей лично принадлежит алгоритмизация, реализация методов в виде программного продукта и анализ результатов. В остальных работах [8, 9, 12, 16, 17, 18], опубликованных в соавторстве, автору диссертации в равной мере принадлежат постановка задач, раз-

работка численных методов решения краевых задач и анализ полученных результатов.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка источников из 154 наименований. Работа содержит 159 страницы основного текста, включая 11 таблиц и 49 рисунков, и приложения.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** представлены актуальность, научная новизна и краткая характеристика работы. Сформулированы цель и задачи исследований, а также основные положения, выносимые автором на защиту.

### **Глава 1. Аналитический обзор и постановка задач исследования.**

Анализируются существующие подходы и методы, охватывающие актуальные вопросы построения различных вариантов теории пластин и оболочек, аналитические методы приведения трехмерных задач теории упругости к двумерным задачам пластин и оболочек, а также методы расчета, позволяющие учитывать напряженно-деформированное состояние конструктивных элементов при их проектировании из анизотропных композиционных материалов. Поскольку количество работ в области пластин и оболочек (в том числе и из композиционных материалов) необозримо, то проанализированы лишь работы, близкие к тематике диссертационной работы.

Отмечаются работы С.А. Амбрацумяна, А.Я. Александрова, В.П. Багмутова, В.В. Болотина, Г.И. Брызгалина, В.В. Васильева, В.Э. Вильдемана, Д.С. Волкова, И.И. Воровича, В.И. Королева, Э.И. Григолюка, Я.М. Григоренко, А.Н. Гузя, С.Г. Лехницкого, С.А. Лурье, Б.Л. Нелеха, Ю.В. Немировского, Ю.М. Новичкова, В.Н. Паймушина, В.П. Радченко, А.В. Розе, Ю.В. Соколкина, В.П. Ставрова, А.А. Ташкинова, Ю.М. Тернопольского, В.П. Тамужа, Г.А. Тертерса, А.П. Чулкова, А.П. Янковского, J.J. Mc Keown, M. Seyfarth, S. Tang, M.W. Jonson, G.E.O. Wider и многих других отечественных и зарубежных ученых.

Формулируются задачи диссертационного исследования.

**Глава 2. Разработка математической модели НДС многослойной композитной конструкции с несимметричным по толщине строением пакета в условиях температурных и силовых воздействий с учетом технологических остаточных напряжений.**

**В пункте 2.1** приведена математическая модель для расчета напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов в условиях температурно-силового нагружения, отличием которой от известных моделей является возможность учета несимметричных граничных условий, асимметрии структуры пакета и технологических факторов (укладка слоев, углы ориентации, допуски по разориентации углов, объемное содержание волокна и матрицы в монослоях, технологические остаточные напряжения и другие). Панель изготовлена при температуре отверждения  $T$ , охлаждена до комнатной температуры и находится под действием поперечной по-

гонной нагрузки  $q(x,y)$ . В целях повышения несущей способности конструкции армирующие волокна предварительно натянуты, после отверждения натяжение снято. Математическая модель композитной многослойной панели сформулирована путем введения в рассмотрение внутренних сил и моментов, действующих по площадкам поперечных сечений, и соответствующих им уравнений равновесия. Воспользовавшись соотношениями Коши, законом Гука с учетом влияния температуры, натяжения волокон и формулами преобразования напряжений при повороте осей, выражения для компонентов напряженного состояния  $k$ -того слоя записывается в виде:

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{s}_x \\ \mathbf{s}_y \\ \mathbf{t}_{xy} \end{Bmatrix}^{(K)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{16} & Q_{26} & Q_{66} \end{bmatrix}^{(K)} \begin{Bmatrix} U_{0x} + W_{xx}z^{(K)} - \bar{a}_1^{(K)}\Delta T - \bar{e}_{H_1}^{(K)} \\ V_{0y} - W_{yy}z^{(K)} - \bar{a}_2^{(K)}\Delta T - \bar{e}_{H_2}^{(K)} \\ U_{0y} + V_{0x} - 2W_{xy}z^{(K)} - \bar{a}_6^{(K)}\Delta T - \bar{e}_{H_6}^{(K)} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

где  $U_0, V_0$  – перемещения пластины в плоскости приведения,  $W$  – прогиб пластины,  $[Q_{IJ}]^{(K)}$  ( $I, J = 1, 2, 6$ ) – жесткости слоя,  $\{a_J\}^{(K)}$  ( $J = 1, 2, 6$ ) – коэффициенты температурного расширения,  $\{e_{HJ}\}^{(K)}$  ( $J = 1, 2, 6$ ) – деформации натяжения слоя, которые определяются через жесткостные и температурные характеристики слоя, заданные в системе координат, с ним связанной, с учетом поворота последней относительно декартовой системы координат панели  $(x, y)$ .

Погонные нормальные и сдвигающие силы, а также изгибающие и крутящие моменты для всего пакета, действующие, например, по площадке, перпендикулярной оси  $x$ , определяются интегрированием компонентов напряженного состояния по толщине, что обусловлено здесь возможностью распространения гипотезы Кирхгофа на все тело анизотропной среды:

$$N_x = \int_{-H/2}^{H/2} \mathbf{s}_x^{(K)} dz; \quad N_{xy} = \int_{-H/2}^{H/2} \mathbf{t}_{xy}^{(K)} dz;$$

$$M_x = \int_{-H/2}^{H/2} \mathbf{s}_x^{(K)} z dz; \quad H_{xy} = \int_{-H/2}^{H/2} \mathbf{t}_{xy}^{(K)} z dz,$$

где  $H$  – толщина панели.

Отсюда вытекают соотношения, связывающие внутренние силовые факторы с деформацией пакета:

$$\begin{Bmatrix} N_I \\ N_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{IJ} & B_{IJ} \\ B_{IJ} & D_{IJ} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_J^0 \\ K_J^0 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_I^T \\ M_I^T \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N_I^H \\ M_I^H \end{Bmatrix}, \quad I, J = 1, 2, 6(x, y, xy),$$

где  $(A_{IJ}, B_{IJ}, D_{IJ})$  – обобщенные жесткости многослойной панели, которые определяются формулами:

$$A_{IJ} = \int_{-H/2}^{H/2} Q_{IJ} dz = \sum_{K=1}^N Q_{IJ}^{(K)} F^{(K)}; \quad B_{IJ} = \int_{-H/2}^{H/2} Q_{IJ} z dz = \sum_{K=1}^N Q_{IJ}^{(K)} S^{(K)};$$

$$D_{IJ} = \int_{-H/2}^{H/2} Q_{IJ} z^2 dz = \sum_{K=1}^N Q_{IJ}^{(K)} J^{(K)};$$



$N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, M_x^T, M_y^T, H_{xy}^T$  – «температурные» усилия и моменты:

$$\begin{aligned} \{N_I^T\} &= \Delta T \sum_{k=1}^N [Q_{IJ}]^{(k)} \{a_J\}^{(k)} F^{(k)}; \\ \{M_I^T\} &= \Delta T \sum_{k=1}^N [Q_{IJ}]^{(k)} \{a_J\}^{(k)} S^{(k)} \quad I, J = 1, 2, 6(x, y, xy), \end{aligned}$$

а  $N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, M_x^H, M_y^H, H_{xy}^H$  – усилия и моменты от натяжения:

$$\begin{aligned} \{N_I^H\} &= \sum_{k=1}^N [Q_{IJ}]^{(k)} \{e_{IJ}\}^{(k)} F^{(k)}; \\ \{M_I^H\} &= \sum_{k=1}^N [Q_{IJ}]^{(k)} \{e_{IJ}\}^{(k)} S^{(k)} \quad I, J = 1, 2, 6(x, y, xy). \end{aligned}$$

В свою очередь,  $F^{(k)}, S^{(k)}, J^{(k)}$  – погонные площадь, статический момент и момент инерции  $k$ -того слоя соответственно.

Так как усилия и моменты зависят как от деформации в плоскости панели, так и от кривизны поверхности приведения, в рассматриваемом случае из-за несимметрии свойств структуры пакета по толщине задача не разделяется на плоскую и изгиб пластины. Уравнения равновесия многослойной панели при действии внешней поверхностной нагрузки в направлении нормали к панели, записанные через обобщенные силовые факторы, могут быть сведены путем исключения перерезывающих сил к системе трех дифференциальных уравнений относительно трех искомых функций перемещений  $U_0(x, y), V_0(x, y), W(x, y)$ .

Система дифференциальных уравнений с помощью операторного метода может быть сведена к одному разрешающему дифференциальному уравнению относительно некоторой потенциальной функции  $\Phi(x, y)$ , через которую выражаются все расчетные величины задачи:

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = q,$$

где  $x, y$  – безразмерные координаты, отнесенные, соответственно, к длине панели  $a$  и ширине панели  $b$ . Коэффициенты  $K_{IJ}$  ( $I, J = 0, \dots, 8$ ) выражаются через обобщенные жесткости многослойного пакета.

При этом для перемещения  $U_0$  имеем:

$$U_0 = \left( \frac{R_{50}}{a^5} \frac{\partial^5}{\partial x^5} + \frac{R_{41}}{a^4 b} \frac{\partial^5}{\partial x^4 \partial y} + \frac{R_{32}}{a^3 b^2} \frac{\partial^5}{\partial x^2 \partial y^3} + \frac{R_{14}}{ab^4} \frac{\partial^5}{\partial x \partial y^4} + \frac{R_{05}}{b^5} \frac{\partial^5}{\partial y^5} \right) \Phi, \quad (2)$$

где  $R_{IJ}$  – коэффициенты, которые зависят от обобщенных жесткостей  $A_{IJ}, B_{IJ}, D_{IJ}$ . Выражения для  $W$  и  $V_0$  записываются аналогично (2).

Приводятся выражения для всех внутренних силовых факторов через функцию  $\Phi(x, y)$  и обобщенные механические характеристики КМ пакета. Построенная математическая модель деформирования слоистой композитной панели позволяет получить решение для анализа ее НДС под воздействием равномерно распределенной нагрузки с учетом воздействия температурных и технологических факторов.

В пункте 2.2 приведено построение решений краевых задач изгиба многослойной композитной панели с различными несимметричными закреплениями кромок (жесткая заделка, шарнир, скользящая заделка, свободный край). Иллюстрация метода выполнена для многослойной панели из ортотропного композиционного материала, шарнирно опертой по продольным и произвольным образом закрепленной по поперечным кромкам.

Общее решение дифференциального уравнения построено методом разделения переменных и имеет вид:

$$\Phi(x, y) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^4 A_{nL} sh(I_{nL} \cdot x) + \sum_{L=1}^4 B_{nL} ch(I_{nL} \cdot x) + \Phi_{nq/II} \right] \sin(npy) + \Phi_{nq/II},$$

где  $\Phi_{nq/II}$  – частное решение, которое для частного вида нагрузки  $q(x, y) = const$  имеет вид:

$$\Phi_{nq/II} = \frac{1}{K_{08}} \frac{4q}{np};$$

$A_{nL}, B_{nL}$  – константы, которые определяются с учетом граничных условий.

Компоненты вектора перемещений после соответствующих преобразований вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} W(x, y) &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^4 A_{nL}^w sh(I_{nL} \cdot x) + \sum_{L=1}^4 B_{nL}^w ch(I_{nL} \cdot x) + W_{nq/II} \right] \sin(npy) \\ U_0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^4 A_{nL}^{U_0} sh(I_{nL} \cdot x) + \sum_{L=1}^4 B_{nL}^{U_0} ch(I_{nL} \cdot x) + U_{onq/II} \right] \sin(npy); \\ V_0(x, y) &= \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[ \sum_{L=1}^4 B_{nL}^{V_0} ch(I_{nL} \cdot x) + \sum_{L=1}^4 B_{nL}^{V_0} sh(I_{nL} \cdot x) + V_{onq/II} \right] \cos(npy). \end{aligned}$$

Аналогичным образом (после соответствующих преобразований) определяются и компоненты деформаций поверхности приведения, кривизны поверхности приведения и внутренние силовые факторы, действующие по площадкам, перпендикулярным осям  $x$  и  $y$ , а также компоненты тензора напряжений по формулам (1).

Для оценки прочности многослойной панели из композиционного материала определяются относительные эквивалентные напряжения, для расчета которых использовался критерий прочности в форме Гольденבלата – Копнова, согласно которому для однонаправленного слоя КМ растрескивание или разрушение пакета не произойдет, пока в каждом слое выполняется неравенство :

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{s}_{1p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{s}_{1c}^{(K)}} \right)^2 (s_1^{(K)})^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\bar{s}_{2p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{s}_{2c}^{(K)}} \right)^2 (s_2^{(K)})^2 + \left( \frac{t_{12}^{(K)}}{\bar{t}_{12}^{(K)}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{s}_{1p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{s}_{1c}^{(K)}} \right) s_1^{(K)} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\bar{s}_{2p}^{(K)}} + \frac{1}{\bar{s}_{2c}^{(K)}} \right) s_2^{(K)} = s_{экв} \leq 1, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\bar{s}_{1p}^{(K)}, \bar{s}_{1c}^{(K)}, \bar{s}_{2p}^{(K)}, \bar{s}_{2c}^{(K)}, \bar{t}_{12}^{(K)}$  – допускаемые напряжения (с индексом  $p$  – на растяжение, с индексом  $c$  – на сжатие), получаемые экспериментально или по закону смеси.

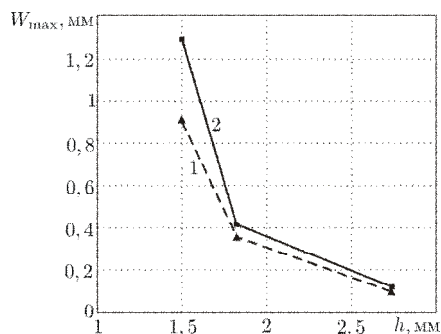
**В пункте 2.3** приведено описание разработанного программного и алгоритмического обеспечения для вариативного анализа напряженно-деформированного состояния многослойных композитных пластин при различных граничных условиях и технологических параметрах.

Математическая модель, заложенная в вычислительный алгоритм, позволяет выбирать технологические условия изготовления изделия, количество слоев пакета, уровень натяжения волокон, объемное содержание компонентов слоя, толщину панели, температурные условия изготовления и эксплуатации, а также учесть влияние угла разориентации слоев и напряжений различного рода, возникающих в композите. Разработанный пакет программ уже позволил реализовать эти достоинства на практике и внедрить метод анализа НДС многослойной панели из КМ в производство.

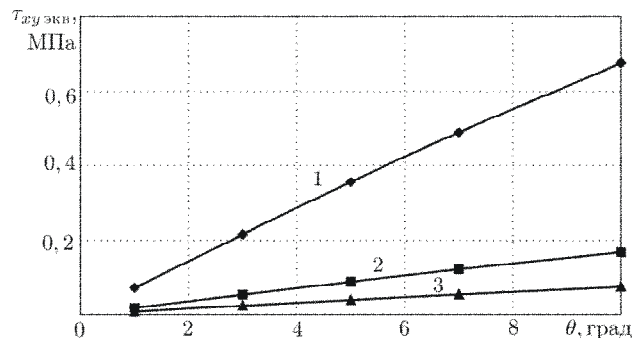
**Глава 3. Численное исследование напряженно-деформированного состояния слоистых композитных панелей в поле внешних температурно-силовых нагрузок, технологических возмущений структуры пакета и начального напряженного состояния.**

**В пункте 3.1** сформулированы задачи, рассматриваемые в главе 3.

**В пункте 3.2** на основании программного комплекса выполнено исследование влияния углов разориентации на прочность и перемещения многослойных углепластиковых панелей с продольно-поперечной укладкой слоев  $(0/90/0/90/0/90/0)^\circ$  и укладкой с продольно-поперечными и косыми слоями  $(0/45/-45/90/-45/45/0)^\circ$ , при этом углы разориентации задавались в двух последних слоях для укладки  $(0/90/0/90/0/90-\Delta\theta/0-\Delta\theta)^\circ$  и в двух предпоследних слоях для укладки  $(0/45/-45/90/45-\Delta\theta/45+\Delta\theta/0)^\circ$ , где угол разориентации  $\Delta\theta$  для продольно-поперечной укладки варьировался от  $0^\circ$  до  $10^\circ$  и принимал значения  $1^\circ, 3^\circ, 5^\circ, 7^\circ, 10^\circ$ . В качестве примера рассматривалась квадратная ( $300 \times 300$  мм) шарнирно-опертая панель под действием равномерно распределенной нагрузки  $q = 0,0098$  МПа. Установлено, что величина максимального прогиба и компоненты тензора эффективных напряжений  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  существенно зависят от толщины монослоя, толщины пакета и угла разориентации. Типичная картина представлена на рис. 1 и рис. 2.



Р и с. 1. Зависимость максимального прогиба  $W_{max}$  от толщины пакета:  
 1 – при укладке  $(0/90/0/90/0/85/5)^\circ$ ;  
 2 – при укладке  $(0/45/-45/90/-50/50/0)^\circ$



Р и с. 2. Зависимость эквивалентного напряжения  $\tau_{xy}$  от угла разориентации и от толщины монослоя  $h$  для композита со структурой  $(0/90/0/90/0/90/0)^\circ$ :  
 1 –  $h=0,13$  мм; 2 –  $h=0,26$  мм; 3 –  $h=0,39$  мм

**В пункте 3.3** выполнено исследование влияния предварительного натяжения волокон, углов армирования и объемного содержания компонентов композита на прочность несущих слоев многослойных панелей. Рассматривался пакет несимметричной структуры под действием температурного поля и технологического натяжения, определяемого коэффициентом  $K_{нв} = \frac{e_p}{\bar{e}_p}$ , где  $e_p$  – текущая деформация,  $\bar{e}_p$  – деформация в момент разрушения (поведение волокна упругое вплоть до разрушения).

Установлено, что зависимость максимальных эквивалентных остаточных напряжений имеет тенденцию к росту с увеличением объемного содержания волокна  $V_v$  при  $K_{нв} = 0$ . При достижении  $V_v = 0,76$  эквивалентное напряжение, рассчитанное по (3), превосходит единицу и происходит растрескивание пластины для всех схем укладки, изготовление панелей в таком режиме становится невозможным. Кроме этого, установлено, что при всех углах ориентации слоев и степени армирования с увеличением уровня предварительного натяжения волокон эквивалентные приведенные напряжения падают, при этом чем выше степень армирования слоя, тем эффективнее влияет предварительное натяжение волокон на прочность панелей. Показано, что оптимальным уровнем натяжения волокон является  $0 < K_{нв} \leq 0,4$ . Поэтому с точки зрения практики проектирования слоистых пластин рациональным вариантом является технология изготовления с учетом предварительного натяжения волокна, так как уровень максимальных эквивалентных напряжений, имеющих место при отверждении, в этом случае ниже, а разброс их по слоям незначителен.

**В пункте 3.4** исследовано влияние толщины панели, угла разориентации слоев, уровня предварительного натяжения волокон и объемного содержания компонент слоя на коробление многослойных композитных панелей.

В ходе параметрического анализа теоретически было получено три вида формоизменения, которое не зависит от граничных условий, но полностью определяется способом укладки слоев композиционного материала: седлообразное формоизменение для панелей с продольно-поперечной укладкой слоев, закрутка («пропеллер») для укладки с косыми углами и сочетание седлообразного с закруткой для панелей с продольно-поперечной кривой укладкой, что подтверждает теоретическое положение о связанности задачи, т.е. ее неразделимости на плоскую и изгиб.

Проведена расчетная оценка углов разориентации слоя, изменяющихся от  $0^\circ$  до  $7^\circ$ , на прогиб панели  $W$  (рис.3) для базовой укладки  $(0/45/135/90/90/135/45/0)^\circ$ . Варьирование угла разориентации осуществлялось во втором слое.

Проведенный анализ показал, что величина прогиба панели  $W$  увеличивается с ростом угла разориентации. Кроме того, отклонение угла разориентации более чем на  $3^\circ$  приводит к существенному повышению величины прогиба  $W$ , а следовательно, к формоизменению поверхности, что необходимо учитывать при проектировании размеростабильных конструкций. Исходя из этого, во из-

бежание коробления конструктивного элемента возникает необходимость более жестко назначать допуски на углы разориентации.

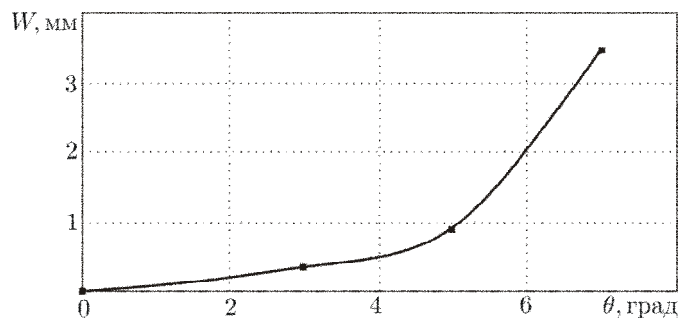


Рис. 3. Зависимость прогиба панели  $W$  от угла разориентации для укладок:  $0^\circ/45^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  $0^\circ/50^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$ ;  $0^\circ/52^\circ/135^\circ/90^\circ/90^\circ/135^\circ/45^\circ/0^\circ$

Выполненные исследования данного пункта позволили сделать следующие выводы и сформулировать рекомендации:

- увеличение толщины панели позволяет снизить коробление поверхности конструктивного элемента;
- угол разориентации значительно сказывается на формоизменении панели;
- с целью снижения уровня искривления поверхности необходимо рассчитывать и контролировать угол разориентации;
- с целью снижения коробления, уменьшения перемещений, а также увеличения несущей способности конструктивных элементов необходимо определять и назначать оптимальный уровень предварительного натяжения волокон;
- для получения заданной размеростабильности необходимо определять и назначать оптимальное объемное содержание компонент слоя.

**В пункте 3.5** исследовано влияние остаточных технологических напряжений на несущую способность панелей в условиях внешнего силового нагружения ( $q(x,y) \neq 0$ ) и показано, что при  $K_{нс} = 0$  образующиеся в них при изготовлении технологические остаточные напряжения снижают сопротивляемость внешнему как силовому, так и температурному нагружениям.

Действие остаточных напряжений проявляется в преждевременном разрушении композита на уровнях действующих внешних нагрузок, значительно меньших, чем расчётные.

#### **Глава 4. Экспериментальная оценка методики расчета на прочность и деформативность элементов слоистых композиционных панелей с учетом технологических факторов.**

**В пункте 4.1** описана методика экспериментальных исследований панелей квадратной формы размером 300 x 300 мм. В соответствии с технологическими рекомендациями ВИАМ на изготовление углепластика КМУ– 4Л, панели были изготовлены из однонаправленной углеродной ленты марки ЛУ–П/0,1 А (ГОСТ 28006-88) и эпоксидноволаочноформальдегидного связующего ЭНФБ (ТУ 1-596-36-98). Испытания проводились в естественном состоянии пластины (после технологических процедур изготовления).

Экспериментально подтверждено три вида формоизменения: седлообразное, закрутка («пропеллер») и сочетание седлообразного с закруткой, что подтверждает теоретическое положение о связанности задачи, т.е. ее неразделимости на плоскую и изгиб.

Выполненные экспериментальные исследования формоизменения панели в зависимости от углов разориентации и толщины восьми-, двенадцати- и шестнадцатислойных пластин показали, что величина максимального прогиба увеличивается с ростом угла разориентации, однако использование такого технологического приема, как натяжение волокон, позволяет добиться снижения величины прогибов в 1,5 – 2 раза. С увеличением же толщины пластины прогиб уменьшается. Аналогичные результаты следуют и из расчетных данных. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных приведено в таблице, из которой следует, что при качественном совпадении изгибных форм максимальные количественные расхождения по перемещениям не превышают 10-15 %.

**Значения величины прогиба образцов в зависимости от схемы армирования**

№ образца	Схема армирования	Величина прогиба $W$ , мм (расчетные данные)	Величина прогиба $W$ , мм (экспериментальные данные)
1	0/90/0/90/0/90/0/90	3,4	3,6
2	45/135/45/135/45/135/45/135	5,6	5,8
3	0/90/0/90/0/90/0/90	3,4	3,6
4	0/90/0/90/0/90/0/90/0/90/0/90	3,2	3,4
5	0/90/0/90/0/90/0/90/0/90/0/90/0/90/0/90	2,9	3,1
6	0/45/135/90/90/135/45/0	0	0
7	0/50/135/90/90/135/45/0	0,9	0,8
8	0/52/135/90/90/135/45/0	3,8	3,2
9	0/90/90/0/0/90/90/0	0	0
10	0/95/90/0/0/90/90/0	0,7	0,9
11	45/135/45/135/135/45/135/45	0	0

**В пункте 4.2** выполнено экспериментальное исследование зависимости статической прочности и эффективного модуля упругости волокнистых композиционных материалов от уровня технологического натяжения волокон и показано, что средняя прочность образца (временной предел сопротивления) как при растяжении, так и при продольном сдвиге увеличивается до 20 ÷ 23 % вплоть до значения  $K_{HB} = 0,6$ , но начиная с  $K_{HB} = 0,75$  прочностные характеристики имеют тенденцию к снижению, что говорит о нецелесообразности использования уровня натяжения волокна выше показателя в 0,6 – 0,7 единиц. Аналогичная картина наблюдается и для эффективного модуля упругости  $E$  слоистого композитного образца: он прямо пропорционально увеличивается от  $E = 134$  ГПа при  $K_{HB} = 0$  до  $E = 177,7$  ГПа при  $K_{HB} = 0,85$ . Увеличение жесткости панели является положительным моментом для уменьшения параметров ее формоизменения.

**В пункте 4.3** при экспериментальном анализе влияния приложенной равномерно распределенной нагрузки на деформацию многослойной пластины было установлено, что увеличение нагрузки, действующей равномерно на многослойную композитную панель, влечет за собой увеличение прогибов пластины, что, в свою очередь, означает коробление поверхности исследуемого конструктивного элемента. Кроме того, начиная со значения нагрузки в 50 МПа, каждое последующее увеличение нагрузки на 50 МПа ведет к увеличению максимального прогиба почти на 1 мм, что очень значимо для размеростабильных конструкций.

## **ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ**

1. Построена и реализована математическая модель расчета напряженно-деформированного состояния многослойных пластин из волокнистых композиционных материалов при изгибе с несимметричными граничными условиями, несимметричной структурой пакета и технологическими остаточными напряжениями в условиях температурно-силового нагружения.

2. Разработано математическое, алгоритмическое и программное обеспечение для реализации метода расчета слоистых композитных пластин с учетом технологических факторов.

3. Выполнено исследование влияния технологических параметров (толщина монослоя и пакета в целом, структура пакета, углы укладки и разориентации волокон) на формирование остаточных технологических напряжений в многослойных композитных пластинах и установлены их зависимости от этих параметров.

4. Выполнено параметрическое исследование влияния толщины панели, вида укладки, углов разориентации и уровня предварительного натяжения волокон, структуры пакета и объемного содержания компонентов многослойной панели на ее прочность и коробление после технологических процедур. С целью парирования коробления, уменьшения технологических перемещений, увеличения несущей способности панелей даны рекомендации по рациональному выбору величины объемного содержания компонентов слоя и уровню предварительного натяжения волокна.

5. Разработана методика экспериментального исследования деформации многослойной панели в зависимости от толщины пакета и монослоя, углов разориентации, способа укладки, предварительного натяжения волокон и других факторов. Теоретически и экспериментально подтверждено три вида деформации пластин после технологических процедур: седлообразное, закрутка («пропеллер») и сочетание седлообразного с закруткой. Сопоставление полученных численно по разработанному методу результатов прогиба пластины с экспериментальными данными дает максимальную погрешность, не превы-

шающую 10–15 %, что свидетельствует об адекватности предложенной математической модели.

6. Экспериментально и расчетным путем показано, что применение операции технологического натяжения волокон позволяет повысить несущую способность и жесткость многослойной конструкции в условиях внешнего силового нагружения, а также эффективный модуль упругости композиционного материала с любой схемой армирования. Экспериментально показано, что силовое нагружение равномерно распределенной нагрузкой на многослойную композитную панель существенно влияет на ее формоизменение, причем увеличение нагрузки на 50 МПа увеличивает максимальный прогиб на 1 мм, что очень значимо для размеростабильных конструкций, особенно работающих в условиях открытого космоса.

7. Выполнено сравнение технических показателей оценки прочности и формоизменения для различных технологических операций формирования структуры многослойных композитных пластин и даны конкретные рекомендации по рациональному проектированию панелей.

8. Разработанные методы, алгоритмы и программное обеспечение, позволяющие рациональным образом спроектировать технологический процесс изготовления многослойных композитных панелей для размеростабильных крупногабаритных конструкций, внедрены в ОАО «Пластик» (г. Сызрань, Самарская обл.), использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» и включены в лекционный материал дисциплин «Математические модели механики сплошных сред», «Численные методы решения краевых задач».

#### **СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ В РЕЦЕНЗИРУЕМЫХ ЖУРНАЛАХ ИЗ ПЕРЕЧНЯ ВАК:**

1. Биткина, О.В. Методы исследования влияния технологических погрешностей на напряженно-деформируемое состояние многослойных панелей [Текст] / О.В. Биткина // Известия Самар. научн. центра РАН. 2012. Т. 14. № 4(2). С. 569-577.

2. Биткина, О.В. Экспериментальное исследование влияния технологических факторов на формоизменение многослойных панелей из композиционных материалов [Текст] / О.В. Биткина // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Техн. науки. 2013. № 1(37). С. 99-110.

3. Биткина, Е.В. Исследование влияния технологических факторов на остаточные напряжения, возникающие в волокнистом композите [Текст] / Е.В. Биткина, В.Г. Пидодня, О.В. Биткина // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. 2011. № 4(25). С. 59-66.

4. Биткина, Е.В. Анализ технологических остаточных напряжений, возникающих в многослойных композитных панелях с несимметричной структурой пакета композита по толщине [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // Известия Самар. научн. центра РАН. 2012. Т. 14. № 4(2). С. 561-568.



## В ДРУГИХ ИЗДАНИЯХ:

5. Биткина, О.В. Влияние разориентации слоев в композиционном материале на изготовление размеростабильных многослойных панелей [Текст] / О.В. Биткина // Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. Восьмой Всерос. науч. конф. с междуна. участием. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2011. С. 44-50.

6. Биткина, О.В. Методы исследования напряженно-деформированного состояния многослойных панелей из несимметричных композитов с учетом предварительного натяжения волокон и температурных остаточных технологических напряжений [Текст] / О.В. Биткина // Третья международная конференция «Математическая физика и ее приложения»: материалы конференции. Самара: СамГТУ, 2012. С. 67-68.

7. Биткина, О.В. Методы исследования влияния технологических погрешностей на напряженно-деформируемое состояние многослойных панелей [Текст] / О.В. Биткина // Третья международная научно-практическая конференция «Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития». Тезисы докладов. Ульяновск: УлГУ, 2012. С. 114-115.

8. Биткина, Е.В. Анализ технологических остаточных напряжений, возникающих в многослойных композитных панелях с несимметричной структурой пакета композита по толщине [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // Третья международная научно-практическая конференция «Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития». Тезисы докладов. Ульяновск: УлГУ, 2012. С. 121-122.

9. Биткина, Е.В. Анализ технологических остаточных напряжений, возникающих в многослойных композитных панелях с несимметричной структурой пакета композита по толщине [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // Труды третьей международной научно-практической конференции «Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития». Ульяновск: УлГУ, 2012. С. 149-158.

10. Биткина, О.В. Методы исследования влияния технологических погрешностей на напряженно-деформируемое состояние многослойных панелей [Текст] / О.В. Биткина // Труды третьей международной научно-практической конференции «Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития». Ульяновск: УлГУ, 2012. С. 96-107.

11. Биткина, О.В. Исследование формоизменения и остаточных напряжений многослойных панелей из несимметричных слоистых композитов с учетом технологических факторов [Текст] / О.В. Биткина // IV Всероссийский симпозиум «Механика композиционных материалов и конструкций». Тезисы докладов. Москва, 2012. С. 20-21.

12. Биткина, Е.В. Анализ деформативности и прочности многослойных композитных панелей несимметричной структуры по толщине с учетом технологических факторов [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // IV Всероссийский симпозиум «Механика композиционных материалов и конструкций». Тезисы докладов. Москва, 2012. С. 19-20.

13. Биткина, О.В. Моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния размеростабильных конструктивных элементов – слоистых панелей из волокнистых композиционных материалов с учетом технологических факторов [Текст] / О.В. Биткина // XVIII Зимняя школа по механике сплошных сред. Тезисы докладов. Пермь, 2013. С. 50.

14. Биткина, О.В. Экспериментальные исследования влияния уровня натяжения волокон композиционного материала на значения эффективного модуля упругости и статической прочности [Текст] / О.В. Биткина // Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. девятой Всерос. науч. конф. с междунар. участием. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2013. С. 45-50.

15. Биткина, О.В. Теоретико-экспериментальное исследование влияния погрешностей технологического процесса на формоизменение несимметричных многослойных композитных панелей [Текст] / О.В. Биткина // Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. девятой Всерос. науч. конф. с междунар. участием. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2013. С.50-56.

16. Биткина, Е. В. К вопросу проектирования размеростабильных конструкций из композиционных материалов [Текст] / Е.В. Биткина, В.Г. Пидодня, О.В. Биткина // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Техн. науки. Приложение к журналу № 3. 2011. С. 26-30.

17. Биткина, Е.В. Методы решения задач прочности и термоупругости слоистых ортотропных панелей из композиционных материалов несимметричной структуры по толщине с учетом технологических факторов [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. Седьмой Всерос. науч. конф. с междунар. участием. Ч. 1. Самара: СамГТУ, 2010. С. 63-67.

18. Биткина, Е.В. Исследование прочностных свойств стеклопластика, находящегося под температурным воздействием [Текст] / Е.В. Биткина, О.В. Биткина // Научный потенциал города – XXI веку. Мат. III городской молодежной науч.-практ. конф. Самара: СамГТУ, 2005. С. 12-15.