

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Экономия материальных ресурсов, оптимизация по материалоемкости и габаритов элементов конструкции, увеличение срока службы изделий приводит к тому, что материал эксплуатируется с исчерпыванием всех запасов прочности и необходимо учитывать неупругие реологические деформации, процессы накопления поврежденности и рассеянного (объемного) разрушения в материалах. Появление фактора времени в такого рода задачах существенно усложняет решение соответствующих краевых задач, моделирующих напряженно-деформированное состояние элементов конструкций в реальных условиях эксплуатации. Учитывая, что многие элементы нефтехимического, энергетического, авиационного оборудования в реальных условиях эксплуатируются сотни тысяч часов, возникают и чисто математические проблемы в процессе реализации и получения решения для краевых задач классическими методами механики деформируемого твердого тела. Даже при наличии современных мощных вычислительных комплексов препятствиями здесь могут служить сложность конструкции и проблемы, связанные с оптимизацией ее дискретизации; вопросы математической устойчивости, сходимости методов, вычислительной устойчивости алгоритмов при многократном использовании одних и тех же процедур в итерационных циклах по времени и многие другие. К тому же во многих случаях (особенно в задачах диагностики и параметрической надежности) необходимость в полной информации о напряженно-деформированном состоянии элемента конструкции по временным слоям является чрезмерно излишней. Здесь во многих случаях достаточно иметь информацию лишь о некоторых параметрах, интегрально характеризующих эволюцию деформированного состояния элемента конструкции во времени.

Вышеизложенное и определяет актуальность темы диссертационной работы по разработке обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций и методов решения краевых задач на их основе, которые бы позволили существенно сократить размерность решаемой задачи, на несколько порядков снизить объем вычислений и являлись бы эффективными в прикладном плане, например в задачах параметрической надежности.

Целью работы являлась разработка обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций и методов решения краевых задач на их основе.

Достижение указанной цели связано с решением следующих частных задач:

- 1) выбор и обоснование модели неупругого реологического деформирования и разрушения материалов и проверка ее адекватности;
- 2) разработка и реализация решения краевых задач о неупругом деформировании и разрушении ряда конструктивных элементов (толстостенные труба и сфера, балка при чистом изгибе) классическими методами на основании модели материала и проверка адекватности результатов;

3) разработка метода построения обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций при однопараметрическом и двухпараметрическом нагружении;

4) разработка методики определяющего эксперимента и идентификации параметров для обобщенной реологической модели элементов конструкций;

5) построение обобщенных реологических моделей для ряда конструктивных элементов (толстостенная труба при действии внутреннего давления, толстостенная сфера при действии внутреннего давления, балка в условиях чистого изгиба, растягиваемое резьбовое соединение) и выполнена проверка их адекватности;

б) разработка метода решения краевых задач на основе метода декомпозиции и агрегирования и обобщенных моделей элементов конструкций, существенно снижающего размерность задачи, и его реализация на модельном примере для растягиваемого резьбового соединения.

Научная новизна работы заключается в следующем

1) Выполнена проверка адекватности реологической модели неупругого деформирования и разрушения материала при сложном напряженном состоянии по длительной прочности сравнением данных расчета с экспериментальными данными.

2) Решены краевые задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушении толстостенных трубы и сферы, балки при чистом изгибе на основании модели материала и выполнена проверка адекватности результатов расчета с экспериментальными данными по длительной прочности для трубы.

3) Разработан метод построения обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций при однопараметрическом и двухпараметрическом нагружении.

4) Разработаны методики определяющего эксперимента и идентификации параметров для обобщенной реологической модели конструкции.

5) Разработаны обобщенные реологические модели для ряда конструктивных элементов (толстостенная труба и сфера, балка, виток резьбы, резьбовое соединение как целое) и выполнена проверка их адекватности.

б) Разработан метод решения краевых задач на основе концепции декомпозиции и агрегирования и обобщенных моделей элементов конструкций, существенно снижающий размерность решаемой задачи, объем вычислений и обеспечивающий работу ЭВМ в реальном масштабе времени.

На защиту выносятся:

1) решение краевых задач о неупругом реологическом деформировании и разрушении толстостенных трубы и сферы, балки при чистом изгибе на основании модели материала и проверка адекватности результатов расчета с экспериментальными данными по длительной прочности для трубы.

2) метод построения обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций при однопараметрическом нагружении.

3) методики определяющего эксперимента и идентификации параметров для обобщенной реологической модели элемента конструкции.

4) метод решения краевых задач в условиях неупругого реологического деформирования и разрушения материала на основе метода декомпозиции и агрегирования и обобщенных реологических моделей элементов конструкций.

5) качественные, количественные и экспериментальные результаты, полученные при решении краевых задач с использованием обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения и метода декомпозиции и агрегирования.

Практическая значимость работы заключается в разработке метода построения обобщенных реологических моделей неупругого деформирования и разрушения элементов конструкций и алгоритма решения краевых задач на основе этих моделей с использованием метода декомпозиции и агрегирования. Это позволяет, с одной стороны, существенно снизить размерность краевой задачи и сократить объем соответствующих вычислений на несколько порядков, что позволяет повысить вычислительную устойчивость расчетной схемы. С другой стороны, обобщенная реологическая модель элемента конструкции представляет компактную интегральную форму записи решения краевой задачи и является эффективным средством в прикладных задачах оценки надежности по параметрическим и катастрофическим критериям отказа.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованных источников из 196 наименований. Работа содержит 183 страницы основного текста.

Апробация работы. Результаты научных исследований опубликованы в 13 печатных работах и докладывались на четвертой, пятой, седьмой, восьмой, девятой и десятой межвузовских конференциях: «Математическое моделирование и краевые задачи» (г.Самара, 1994-2000г.г.); на международном семинаре: «Нелинейное моделирование и управление» (г.Самара, 1998г.); на международной конференции: «Надежность и качество в промышленности, энергетике и на транспорте» (г.Самара, 1999г.); на международном семинаре молодых ученых: «Актуальные проблемы современной науки» (г.Самара, 2000г.); на семинаре «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. проф. Самарин Ю.П. и проф. Радченко В.П., 1998, 1999, 2000 г.); на семинаре кафедры механики сплошных сред Самарского государственного университета (рук. проф. Астафьев В.И., 2000г.).

Работа выполнялась в рамках комплексной научно-технической программы «Надежность конструкций» Минвуза Российской Федерации (1992-1996гг.) по теме: «Разработка моделей неупругого деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций в условиях нестационарного нагружения»; включена в план НИР НИИ Проблем Надежности Механических Систем СамГТУ на 1995-2000г.г. (тема: «Разработка структурных и феноменологических моделей деформирования и разрушения материалов и элементов конструкций в условиях ползучести») и межвузовский план госбюджетных НИР по научному направлению «Механика», утвержденному Министерством образования Рос-

сийской Федерации на 1998-2003гг. (тема: «Надежность механических систем в промышленности, энергетике и на транспорте»).

Краткое содержание работы

В **введении** обоснована актуальность темы диссертации, определяются цели исследований, излагаются научная новизна и практическая значимость работы, формулируются основные положения, выносимые на защиту, приводятся структура диссертационной работы, а также сведения об апробации работы и публикациях.

В **главе 1** делается краткий обзор литературы, посвященный вопросам неупругого деформирования, накопления поврежденности при ползучести и длительной прочности в феноменологических теориях, которые рассматривались и исследовались многими отечественными и зарубежными учеными, такими как Арутюнян Н.Х., Арутюнян Р.А., Аршакуни А.Л., Астафьев В.И., Болотин В.В., Голуб В.П., Горев Б.В., Гохфельд Д.А., Зарубин В.С., Еремин Ю.А., Ильюшин А.А., Кадашевич Ю.И., Клебанов Я.М., Лебедев А.А., Локощенко А.М., Махутов Н.А., Малинин Н.Н., Милейко С.Т., Новожилов В.В., Никитенко А.Ф., Одинг И.А., Павлов П.А., Овчинников И.Г., Победря Б.Е., Работнов Ю.Н., Радаев Ю.Н., Радченко В.П., Самарин Ю.П., Саченков А.В., Сорокин О.В., Соcнин О.В., Федоров В.В., Хажинский Г.М., Цвелодуб И.Ю., Чижик А.А., Чудновский А.И., Шевченко Ю.Н., Шестериков С.А., Яценко В.Ф., Besseling J.F., Betten J.A., Bodner S.R., Grossman F.W., Goodman A.M., Johnson A., Leckie F.A., Murakami S., Sim R.G. и другие.

В этой же главе отмечается, что в последние два-три десятилетия интенсивно развивается сравнительно новое направление — макромеханика элементов конструкций. Согласно этому направлению строятся так называемые обобщенные модели реологического деформирования и разрушения конструкций в координатах «обобщенная нагрузка — обобщенное перемещение». Эти соотношения связывают интегральные характеристики напряженного состояния с интегральными характеристиками деформационного состояния и формируют связи типа «перемещение — нагрузка» в опасном или характерном сечении, «кривизна — изгибающий момент» и т.д.

Это направление в той или иной мере развивалось в работах следующих ученых: Брызгалина Г.И., Выборнова В.Г., Вялова С.С., Гохфельда Д.А., Еремина Ю.А., Зарецкого Ю.К., Качанова Л.М., Клебанова Я.М., Коноплева И.Г., Куршина Л.М., Малинина Н.Н., Милейко С.Т., Образцова И.Ф., Павлова П.А., Постнова В.А., Работнова Ю.Н., Радченко В.П., Савачева В.П., Садакова О.С., Саченкова А.В., Сорокина О.В., Яценко В.Ф., Leckie F.A., Mariott D.J., Mackenzie A.C., Sim R.G. и других.

Построение моделей на разных иерархических уровнях сложности имеет много общего и переход от модели к модели на разных уровнях фактически означает понижение размерности задачи за счет рассмотрения как единого целого

все более сложных агрегатов (материал, конструктивный элемент, конструкция).

Выделяется группа работ по применению аналитических или численных решений для построения обобщенных реологических моделей элементов конструкций. Здесь заслуживают внимания метод эталонных напряжений и связанные с ним публикации Р.Г. Андерсена, И.Р.Т. Гарднера, В.Р. Ходкинса, Ф.А. Лекки, Р.Г. Сима, Р.К. Пенни, А. Джонсона, М.Х. Вальтера, А.Ф. Кокса, Б.В. Горева, В.В. Заева, И.Н. Виноградова, О.И. Розенблюма, А.М. Гудмана и других авторов.

Отмечается также группа работ, в которых с помощью вариационных принципов строятся соотношения для элементов конструкций. Это публикации Качанова Л.М., Шестерикова С.А., Самарина Ю.П., Сорокина О.В., Клебанова Я.М. и других авторов.

Глава 2 посвящена проблеме выбора и обоснования модели материала для одноосного и сложного напряженных состояний.

В данной работе в качестве основного варианта определяющих соотношений и критерия разрушения используется модель, предложенная и апробированная в работах Радченко В.П. Основной ее вариант имеет вид:

$$e = e + e^p + p; \quad e = \frac{s}{E};$$

$$\dot{e}^p = \begin{cases} 0, & s(t) \leq s_{np}; \\ \left[1 [a(s(t) - s_{np})^{n_1} - e^p(t)], a(s(t) - s_{np})^{n_1} > e^p(t); \right. \\ \left. 0, a(s(t) - s_{np})^{n_1} \leq e^p(t), s(t) > s_{np}; \right. \end{cases}$$

$$p = u + v + w;$$

$$u(t) = \sum_{k=1}^s u_k(t), \dot{u}_k(t) = I_k(t) [a_k(s(t)/s_*)^{n_2} - u_k(t)];$$

$$v(t) = \sum_{k=1}^s v_k(t), \dot{v}_k(t) = \begin{cases} I_k [b_k(s(t)/s_*)^{n_2} - v_k(t)], & b_k(s(t)/s_*)^{n_2} > v_k(t), \\ 0, & b_k(s(t)/s_*)^{n_2} \leq v_k(t); \end{cases}$$

$$\dot{w}(t) = c [s(t)/s_*]^m;$$

$$s = s_0(1 + w);$$

$$\dot{w} = gs\dot{e}^p + asp. \quad (1)$$

Здесь ε — полная деформация; e и e^p — упругая и пластическая деформации соответственно; p — деформация ползучести; u, v, w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации p соответственно; s_0 и S — соответственно номинальное и истинное напряжение ($s_0 \geq 0$); E — модуль Юнга; $I_k, a_k, b_k, c, n_2, m, S^*$ — константы модели, при помощи которых описываются первая и вторая стадии ползучести материала и ее обратимая после разгрузки часть; γ и α — параметры модели, контролирующие процессы разупрочнения материала на пластической деформации и деформации ползучести соответственно; a, n_1, l — константы, описывающие диаграмму мгновенного деформирования; S_{np} — предел пропорциональности.

Критерий разрушения имеет вид

$$\int_0^{t^*} \frac{S de^p}{A_*^p} + \int_0^{t^*} \frac{S dp}{A_*^c(s_0)} = 1, \quad (2)$$

где A_*^p и $A_*^c(s_0)$ — критические величины работ на деформации пластичности и деформации ползучести соответственно.

Необходимой информацией для определения параметров модели (1) и критерия разрушения (2) являются диаграмма упругопластического деформирования и серия стационарных кривых ползучести (при $s_0 = \text{const}$) вплоть до разрушения.

Для сложного напряженного состояния выбирается энергетический вариант феноменологических реологических уравнений, полученных на основе обобщения одноосных соотношений (1) – (2) со скалярным параметром поврежденности ω , основной вариант которых имеет вид:

$$e_{ij} = e_{ij} + q_{ij} + p_{ij}; \quad (3)$$

$$e_{ij} = \frac{1+m}{E} s_{ij} - \frac{m}{E} d_{ij} s_{kk}; \quad (4)$$

$$q_{vv} = \frac{3}{2} b_{vv}^q - \frac{1}{2} (b_{11}^q + b_{22}^q + b_{33}^q); \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{b}_{vv}^q = 0, \quad n_{pu} \left| \frac{3}{2} s_{vv} - \frac{1}{2} s^0 \right| \leq s_{np}; \\ \dot{b}_{vv}^q = \begin{cases} I \left[a (S - s_{np})^{n_1 - 1} \cdot B - b_{vv}^q \right], & [\dots] \cdot B > 0; \\ 0, & [\dots] \cdot B \leq 0, \quad n_{pu} \left| \frac{3}{2} s_{vv} - \frac{1}{2} s^0 \right| > s_{np}; \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

$$p_{ij} = u_{ij} + v_{ij} + w_{ij}; \quad (7)$$

$$\dot{w}_{ij} = c \left(\frac{S}{S^*} \right)^{m-1} \frac{1}{S^*} \left(\frac{3}{2} s_{ij} - \frac{1}{2} s^0 \right); \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{ij}(t) = \sum_k u_{ij}^k(t); \\ \dot{u}_{ij}^k(t) = I_k \left\{ a_k \left(\frac{S}{S^*} \right)^{n_2-1} \frac{1}{S^*} \left[(1 + m'_k) s_{ij} - m'_k s^0 \right] - u_{ij}^k(t) \right\}; \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{vv}(t) = \sum_k v_{vv}^k(t); \\ v_{vv}^k(t) = \left(1 + m''_k \right) b_{vv}^k(t) - m''_k \left(b_{11}^k(t) + b_{22}^k(t) + b_{33}^k(t) \right); \\ \dot{b}_{vv}^k = \begin{cases} I_k \left[b_k \left(\frac{S}{S^*} \right)^{n_2-1} \frac{s_{vv}}{S^*} - b_{vv}^k(t) \right], & [\dots] s_{vv} > 0; \\ 0, & [\dots] s_{vv} \leq 0; \end{cases} \end{array} \right. \quad (10)$$

$$s_{ij} = s_{ij}^0 (1 + w); \quad (11)$$

$$\dot{w} = g(E_2) s_{ij} \dot{q}_{ij} + a(S_0) s_{ij} \dot{p}_{ij}. \quad (12)$$

Здесь e_{ij} , e_{ij} , q_{ij} , p_{ij} — тензоры полных, упругих, пластических деформаций и деформации ползучести соответственно; u_{ij} , v_{ij} , w_{ij} — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести; s_{ij} , s_{ij}^0 — соответственно компоненты истинного и номинального тензоров напряжений; E , m — упругие константы материала; E_2 , S , S_0 — соответственно интенсивности тензоров пластической деформации, истинных и номинальных напряжений; I , a , n_1 — константы модели, описывающие диаграмму мгновенного упругопластического деформирования; $S_{пр}$ — предел пропорциональности; I_k , a_k , b_k , c , n_2 , m , S^* — константы модели, при помощи которых описывается первая и вторая стадия ползучести материала и ее обратимая после разгрузки часть; m'_k , m''_k — коэффициенты Пуассона для обратимой и необратимой компонент деформации ползучести; b_{ii}^a , b_{ii}^k — соответственно активные пластические и вязкопластические деформации, которые можно было бы наблюдать при отсутствии пуассоновского сужения материала; $g(E_2)$ и $a(S_0)$ задаются степенными аппроксимациями вида

$$g(E_2) = g_1 \cdot E_2^{m_1}, \quad a(S_0) = a_1 \cdot S_0^{m_2},$$

где g_1 , m_1 , a_1 , m_2 — константы модели, контролирурующие процессы разупрочнения материала при пластической деформации и деформации ползучести соответственно; w — скалярный параметр поврежденности. В формулах (6) – (9) использованы следующие обозначения:

$$B = \left(\left| \frac{3}{2} s_{vv} - \frac{1}{2} s^0 \right| - s_{np} \right) \cdot \text{sign} \left(\frac{3}{2} s_{vv} - \frac{1}{2} s^0 \right); s^0 = s_{11} + s_{22} + s_{33}. \quad (13)$$

Расчет пластической q_{ii} и вязкопластической v_{ii} деформаций осуществляется в главных осях, поэтому суммирование по индексу v в формулах (5), (10), (13) не выполняется. При записи (3) – (13) использовалась гипотеза соосности тензоров напряжений и деформаций. Модель (3) – (13) описывает процесс неупругого деформирования с изотропным разупрочнением. Определение всех параметров модели (3) – (13) осуществляется на основании одноосных кривых ползучести, полученных при $s_0 = \text{const}$ и доведенных до разрушения, и диаграммы упругопластического деформирования.

Для прогнозирования времени разрушения материала t_* используется критерий разрушения энергетического типа

$$\Omega(t_*) = \int_0^{t_*} \frac{s_{ij} dq_{ij}}{A_*} + \int_0^{t_*} \frac{s_{ij} dp_{ij}}{A_*^c(s_0)} = 1, \quad (14)$$

где A_* и $A_*^c(s_0)$ — соответственно критические величины работ разрушения истинного напряжения на пластической деформации и на деформации ползучести. При этом материал находится в неразрушенном состоянии, если $W(t) < 1$, и разрушается при выполнении (14).

Следует отметить, что согласно (5) – (6) пластические деформации описываются такими же по структуре уравнениями, как и вязкопластическая компонента v деформации ползучести (10), т.е. предполагается, что пластическая деформация также развивается по времени. При этом величина I много больше $\max_k \{I_k\}$ и скорость деформации пластичности на порядок выше скорости деформации ползучести. Такой поход к описанию пластических деформаций соответствует так называемым эндохронным теориям пластичности. Проверка адекватности модели (3) – (13) была выполнена на основании экспериментальных данных (С.А. Шестерикова и А.М. Локощенко) по длительной прочности для 69 образцов двух плавок из стали 12Х18Р10Т при $T=850^\circ\text{C}$, которые соответствовали трем видам напряженного состояния: одноосному растяжению, растяжению и кручению, внутреннему давлению и растяжению.

Для анализа было выполнено сравнение данных расчета по длительной прочности по предложенной модели (3) – (14) с данными расчета для этой же стали по прямым феноменологическим теориям длительной прочности, базирующихся на эквивалентных напряжениях (Локощенко А.М.). При сложном напряженном состоянии относительная ошибка отклонения расчетных данных по модели (3) – (14) от экспериментальных составила 39,4%, а для лучшей аппроксимации диаграммы длительной прочности на основании эквивалентного напряжения при $S_3 = S_{\max}$ она составила 38,4%. При этом исходной информацией для модели (3) – (14) являются лишь данные по одноосной ползучести ($n=21$), а для остальных режимов нагружения при сложном напряженном со-

стоянии осуществляется прогноз длительной прочности по модели (3) – (13) и критерию (14).

В главе 2 также была проведена проверка адекватности модели (3) – (14) на основании сравнения решения краевой задачи о напряженно-деформированном состоянии толстостенной трубы на основании модели материала (3) – (14) с существующими экспериментальными данными.

Для этой цели был разработан метод решения краевой задачи для расчета напряженно-деформированного состояния, накопления поврежденности и разрушения в материале толстостенной трубы в условиях ползучести под действием внутреннего давления и осевой силы на основании реологической модели энергетического типа (3) – (14) для трех материалов: 12ХМФ при $T=590^{\circ}\text{C}$; стали 20 при $T=500^{\circ}\text{C}$; ЭИ694 при $T=700^{\circ}\text{C}$.

В таблице 1 в качестве примера показаны данные расчета времени до разрушения толстостенной трубы из стали 12ХМФ, полученные решением краевой задачи, и экспериментальные данные. В таблице 2 приведены средние величины относительной ошибки отклонения экспериментальных данных от расчетных для решения краевой задачи для трубы (Δ_1) и по феноменологическим теориям длительной прочности на основании эквивалентных напряжений (Δ_2).

Таблица 1

Значения наружного (R_2), внутреннего (R_1) радиусов; их соотношение (β_1); экспериментальные (t_*) и расчетные (t_1) значения длительной прочности труб из стали 12ХМФ ($T = 590^{\circ}\text{C}$) при внутреннем давлении $P= 28$ МПа

№, п.п	R_2 , мм	R_1 , мм	β_1	t_* , ч	t_1 , ч
1	14.85	13.05	1.138	247	179.3
2	15.34	13.24	1.159	452	488.9
3	16.37	13.87	1.18	1131	1098.3
4	16.51	13.91	1.187	1463	1371.1
5	16.68	13.98	1.22	1612	1168.1

Таблица 2

Средние величины относительной ошибки отклонения экспериментальных данных от расчетных для моделей толстостенной трубы (Δ_1) и по феноменологическим теориям длительной прочности на основании эквивалентных напряжений (Δ_2).

Материал	$T, ^{\circ}\text{C}$	$\Delta_1, \%$	$\Delta_2, \%$
12ХМФ	590	31.8	51.81
Сталь 20	500	19.54	22.56
ЭИ694	700	32.86	32.31

Из анализа величин Δ_i ($i=1,2$) табл. 2 следует, что результаты расчета по длительной прочности по энергетическому варианту (3) – (14) для толстостенной трубы как минимум не хуже данных расчета по эквивалентным напряжени-

ям. Но если аппроксимация по эквивалентным напряжениям есть просто эмпирическая аппроксимация всех опытных данных, то для решения краевой задачи для толстостенной трубы исходными данными являются лишь данные по одноосной ползучести материалов, а в область длительной прочности при действии внутреннего давления осуществляется прогноз на основании численного решения соответствующей краевой задачи.

Таким образом, в целом с учетом естественного разброса данных по длительной прочности, результаты решения краевой задачи для толстостенной трубы под действием внутреннего давления на основе определяющих соотношений (3) – (14) удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

В главе 3 обоснован и разработан метод построения обобщенной реологической модели неупругого деформирования и разрушения элемента конструкции; решены задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушении для ряда практически важных элементов конструкций на основе обобщенной реологической модели; выполнена проверка адекватности результатов расчета по обобщенной модели с экспериментальными данными и результатами расчета по классическим методам решения краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Сущность метода состоит в рассмотрении конструктивного элемента как некоторого объекта (единого целого), испытывающего воздействие внешних факторов ("обобщенные нагрузки"). Реакцией объекта будут деформационные характеристики ("обобщенные перемещения"). Тогда для конструктивного элемента формулируются уравнения типа «обобщенная нагрузка — обобщенное перемещение» (обобщенная реологическая модель). При таком подходе сразу устанавливаются связи типа «изгибающий момент — кривизна», «крутящий момент — угол закручивания», «нагрузка — перемещение характерной точки» и т.д.

В основе метода лежит известная аналогия в поведении одноосного образца при растяжении и конструктивного элемента в процессе неупругого реологического деформирования. Например, чисто формально диаграмма упругопластического деформирования одноосного образца в координатах « S — ϵ » будет иметь тот же вид, что и элемент конструкции в координатах «обобщенная нагрузка — обобщенное перемещение» («изгибающий момент — кривизна» при чистом изгибе балки, «крутящий момент — угол закручивания» для вала, «внутреннее давление — радиальное перемещение точки» для толстостенной трубы и т.д.).

Аналогично кривые одноосной ползучести в координатах «деформация ползучести — время» при постоянных напряжениях будут иметь такой же вид, как и кривые ползучести для конструктивного элемента в координатах «обобщенное перемещение — время» при постоянной внешней нагрузке («кривизна от ползучести — время» при постоянном изгибающем моменте балки, «радиальное перемещение от ползучести — время» при постоянном внутреннем давлении для толстостенной трубы и т.д.).

В связи с изложенным исследование деформирования элемента конструкции следует вести в соответствии с методологией, разработанной в случае одноосного напряженного состояния для растягиваемого стержня. Поэтому в качестве основной реологической модели элемента конструкции можно использовать уравнения (1) с заменой s на обобщенную нагрузку q , а под ϵ понимать обобщенное перемещение. Тогда основной вариант реологической модели неупругого деформирования и разрушения конструктивного элемента будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 e &= e + e^p + p, & e &= \frac{q}{G}, \\
 \dot{e}^p &= \begin{cases} 0, & q(t) \leq q_{np}, \\ I \left[a(q(t) - q_{np})^{n_1} - e^p(t) \right], & [...] > 0, \\ 0, & [...] \leq 0, & q(t) > q_{np}, \end{cases} \\
 p &= u + v + w, \\
 u(t) &= \sum_k u_k(t), & \dot{u}_k(t) &= I_k \left[a_k \left(\frac{q}{q_*} \right)^{n_2} - u_k(t) \right], \\
 v(t) &= \sum_k v_k(t), & \dot{v}_k(t) &= \begin{cases} I_k \left[b_k \left(\frac{q}{q_*} \right)^{n_2} - v_k(t) \right], & [...] > 0, \\ 0, & [...] \leq 0, \end{cases} \\
 \dot{w}(t) &= c \left(\frac{q}{q_*} \right)^{m_1}, \\
 q &= q_0(1 + w), \\
 \dot{w} &= gq\dot{e}^p + aq\dot{p}. \tag{15}
 \end{aligned}$$

Здесь e — полное обобщенное перемещение; e , e^p — упругая и пластическая компоненты e ; p — компонента обобщенного перемещения, вызванная ползучестью; u , v , w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие p ; G — интегральная (либо локальная) упругая податливость в заданной точке; q_0 и q соответственно номинальное и истинное значения обобщенной нагрузки, q_{np} — предел пропорциональности на диаграмме упругопластического деформирования в координатах $e - q$; a , n_1 , I , I_k , a_k , b_k , n_2 , c , m_1 , q_* , — константы модели.

В качестве критерия разрушения (локального или интегрального) конструктивного элемента формально можно использовать соотношение (2), записанное для обобщенных перемещений и нагрузок

$$\int_0^t \frac{q(t) de^p(t)}{A_*^p} + \int_0^t \frac{q(t) dp(t)}{A_*^c(q_0)} = 1, \tag{16}$$

где A_*^p , $A_*^c(q_0)$ имеют тот же смысл и определяются по той же методике, что и в (2).

В пункте 3.1, исследован случай неупругого реологического деформирования и разрушения балки в условиях чистого изгиба.

Учитывая формальную аналогию в поведении образца при растяжении в условиях ползучести в координатах «напряжение — деформация» и балки в состоянии чистого изгиба в координатах «изгибающий момент — кривизна балки» обобщенная модель в рассматриваемом случае имеет вид (15) – (16), где формально произведена замена $e \rightarrow c$, $s \rightarrow M$.

По аналогии с одноосным напряженным состоянием исходной информацией для построения обобщенной реологической модели служат кривые стационарной ползучести балки в координатах «кривизна-время» вплоть до разрушения, полученные при постоянных моментах, а также диаграмма «упруго-пластического деформирования» балки в координатах «изгибающий момент — кривизна».

Эта информация может быть получена двумя путями: при помощи численного решения соответствующей краевой задачи упругопластического деформирования балки и ползучести балки при $M = const$ (численный эксперимент) или непосредственно из эксперимента. В данном пункте иллюстрируется подход, когда исходная информация получается численным решением соответствующей краевой задачи.

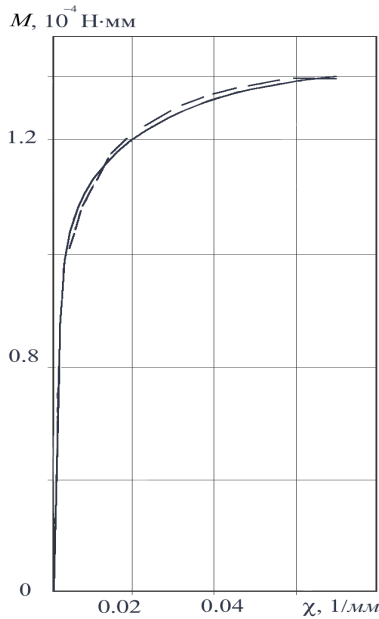


Рис 1. "Экспериментальная" (сплошная линия) и расчетная (штриховая линия) диаграммы мгновенного деформирования балки из сплава ЭИ698 при $T=700^\circ\text{C}$.

В качестве модельного примера был рассмотрен случай неупругого реологического деформирования и разрушения балки из сплава ЭИ 698 при $T=700^\circ\text{C}$ с размерами $5 \times 30 \times 160$ мм. По информации, представленной на рис. 1 и 2, была построена обобщенная модель (15) – (16) для балки. Проверка адекватности модели (15) – (16) была выполнена для нестационарных режимов нагружения изгибающего момента. На рис. 1 – 3 сплошные линии соответствуют данным численного решения краевой задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушения балки (численный эксперимент), а штриховые — данным расчета по обобщенной модели балки (15) – (16).

В качестве иллюстрации модели (15) – (16) решены также задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушении толстостенных трубы и сферы в координатах «внутреннее давление — окружная деформация» и «внутреннее давление — радиальное перемещение» соответственно.

На рис. 4 и 5 сплошными линиями представле-

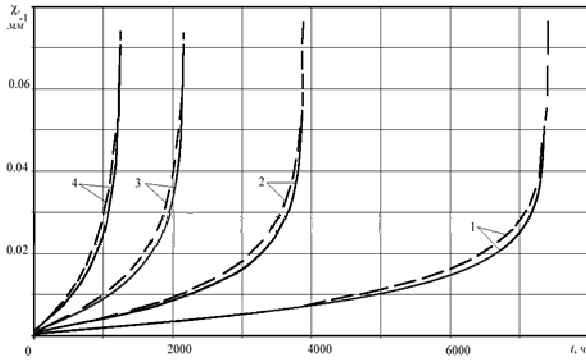


Рис 2. "Экспериментальные" (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести балки при стационарных режимах нагружения. Цифры: 1 — $M = 5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 2 — $M = 5.5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 3 — $M = 6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 4 — $M = 6.5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

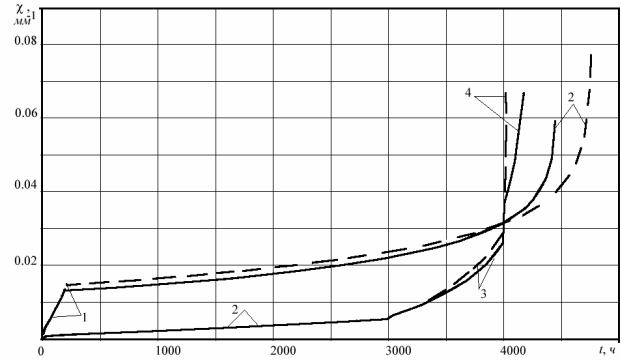


Рис 3. "Экспериментальные" (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести балки при нестационарных режимах нагружения. Цифры: 1 — $M = 7.5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 2 — $M = 5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 3 — $M = 6 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; 4 — $M = 8 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{мм}$.

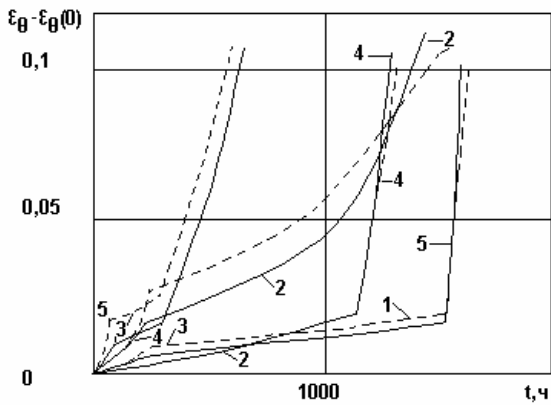


Рис. 4. Значения неупругой окружной деформации в процессе ползучести на внутреннем радиусе толстостенной трубы из стали 12ХМФ ($T=590^{\circ}\text{C}$) при сложных программах нагружения: — численный эксперимент; ---- модель (15) – (16). Цифры: 1 — $P_0 = 22,56$; 2 — $P_0 = 22,5$; 3 — $P_0 = 28,45$; 4 — $P_0 = 31,4$; 5 — $P_0 = 34,34$ МПа.

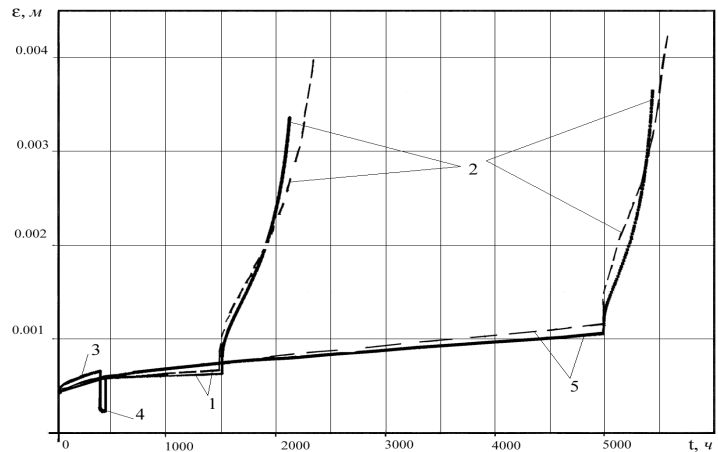


Рис. 5. "Экспериментальные" (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести толстостенной сферы из стали ЭИ 698 ($T=700^{\circ}\text{C}$) при нестационарных режимах нагружения. Цифры: 1 — $P = 190$; 2 — $P = 280$; 3 — $P = 220$; 4 — $P = 200$; 5 — $P = 210$ МПа.

ны данные численного решения краевой задачи (численный эксперимент) и данные расчета по модели (15) – (16) (штриховые линии).

В качестве примера построения обобщенной реологической модели на основе экспериментальных данных было рассмотрено резьбовое соединение типа стяжка (рис. 6). Здесь в качестве обобщенного перемещения принималось перемещение Δl сечений на базе свинчивания $l = 20$ мм, а в качестве обобщенной силы — растягивающее усилие Q . Связь между Δl и Q формулировалась на основе модели (15) – (16).

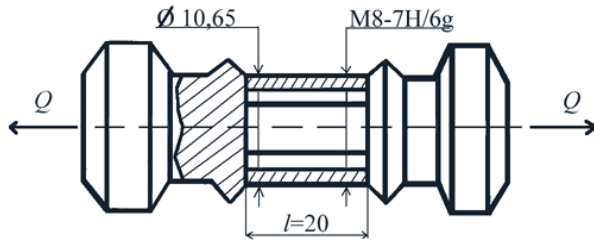
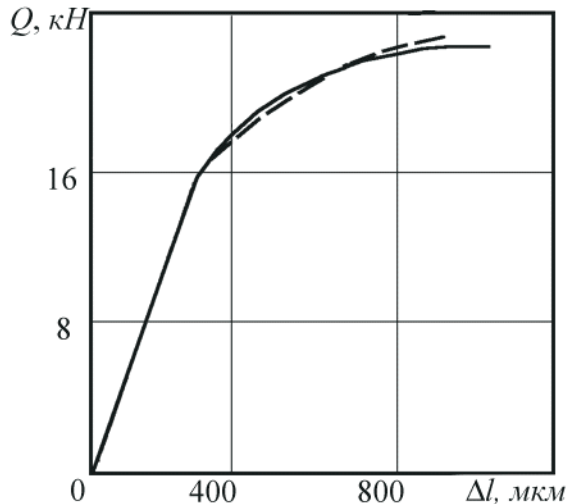
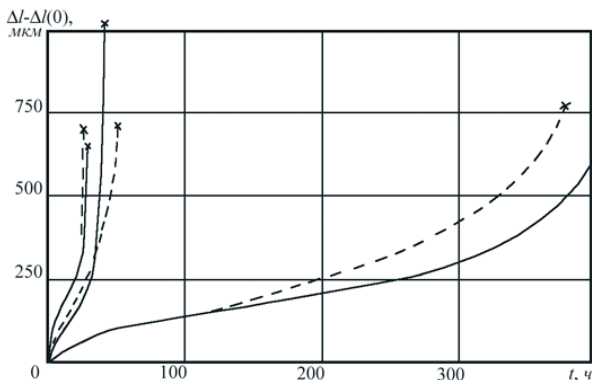


Рис 6. Схема резьбового соединения.

Рис 7. Диаграмма упругоупругого деформирования резьбового соединения из стали 45 при $T=450^{\circ}\text{C}$.Рис 8. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести резьбового соединения из стали 45 при $T = 450^{\circ}\text{C}$: 1 — $Q = 9.8$; 2 — $Q = 11.27$; 3 — $Q = 11.76$ кН.

Для экспериментальной проверки модели (15) – (16) использовались резьбовые пары болт-гайка М8 из стали 45 ($T=450^{\circ}\text{C}$) с длиной свинчивания 20мм (рис. 6.). На рис. 7 и рис. 8 сплошными линиями показаны экспериментальная диаграмма упругоупругого деформирования в координатах « $Q — \Delta l$ » (осреднение по 2 реализациям) и кривые неупругого деформирования резьбового соединения в процессе ползучести (осреднение по 3 реализациям) соответственно при нескольких $Q_0=\text{const}$. Крестиком отмечено разрушение резьбового образца. Штриховыми линиями показан расчет по модели (15) – (16) .

Разрабатываемый подход описания неупругого деформирования резьбового соединения может быть с успехом применен в задачах определения запасов по плотности стыков в пакетах детали, скрепляемых резьбовой парой гайка-болт, за счет учета релаксации напряжений. Действительно, расчетный путь решения задачи о ползучести и разрушении резьбовой пары (решение соответствующей краевой задачи) в каждом конкретном условиях (материал, температура, тип и размер резьбы, нагрузка, длительность расчета по времени и так далее) наталкивается на серьезные теоретические трудности, которые в настоящее время в большинстве не разрешены. Поэтому, заменяя резьбовую пару в расчетной схеме эквивалентным стержнем, характеристики которого определяются соотношениями (15) – (16) , во многих случаях

задачу о стяжке пакета деталей можно свести к расчету статически неопределимой стержневой системы в условиях неупругого деформирования. С математической точки зрения сведение четырехмерных краевых задач к одномерным, несомненно, является положительным моментом.

Рассмотренные примеры показывают хорошую согласованность данных расчета на основании решения краевых задач классическими методами и экспериментальных данных с данными расчета на основании обобщенных реологических моделей типа (15) – (16) .

Приведенные примеры свидетельствуют о том, что в ряде случаев связь обобщенных перемещений с обобщенными нагрузками может быть сформулирована достаточно простыми соотношениями типа (15) – (16) , что фактически является одним из приемов понижения размерности решаемой задачи. Факт записи решений краевых задач в компактном виде (15) – (16) можно расценивать как способ сжатия информации, обеспечивающий существенную экономию памяти, уменьшение затрат машинного времени на несколько порядков и возможность обеспечить работу ЭВМ в реальном масштабе времени.

Глава 4 посвящена иллюстрации обобщенных реологических моделей при решении сложных с точки зрения механики деформируемого твердого тела краевых задач на примере расчета податливости резьбового соединения в условиях неупругого реологического деформирования.

Для решения задачи используется метод декомпозиции и агрегирования элемента конструкций, разработанный для данного конструктивного элемента в пределах первых двух стадий ползучести Ереминым Ю.А. и Самариным Ю.П.. В данном разделе была поставлена задача обобщения отмеченного метода на случай учета деформации пластичности, третьей стадии ползучести, накопления поврежденности и разрушения материала в конструкции.

В качестве модельного материала при решении краевой задачи для резьбового соединения использовался материал 12ХМФ, первая стадия ползучести у которого отсутствует. В связи с этим компоненты u и v в уравнениях состояния для материала для одноосного напряженного состояния (1) – (2) и для сложного напряженного состояния (3) – (14) полагались равными нулю.

При решении задачи релаксации усилия затяжки $Q(t)$ в затянутом резьбовом соединении основные трудности возникают в определении относительных осевых смещений $d(t)$ сечений болта и гайки, первоначально совпадающих с опорной поверхностью гайки, под действием меняющегося усилия затяжки $Q(t)$ (см. рис. 9).

Прямое лобовое решение задачи МКЭ (или другим методом) сталкивается с существенными трудностями. Поэтому для решения задачи расчетным путем в диссертационной работе использовалась декомпозиция резьбового соединения на три иерархических уровня сложности.

Первый уровень — это резьбовое соединение как целое (рис. 9). Второй уровень — совокупность элементов из которых состоит резьбовое соединение (гайка, болт, виток резьбы гайки, виток резьбы болта, рис. 10). Третий (самый низкий уровень) — это собственно элементы резьбового соединения (тело болта, тело гайки, виток резьбы гайки, виток резьбы болта), которые в свою очередь являются совокупностью дискретных элементов типа конечных элементов (рис. 11 и рис. 12).

В качестве базовой выбрана конечно-элементная модель, которая используется на самом низком (третьем) уровне декомпозиции. Из решения краевой задачи для витка резьбы болта и гайки методом конечных элементов (разбиение изображено на рис. 11) определяются жесткостные характеристики витка резьбы как целого без эффектов концентрации напряжений.

Уравнение совместности в перемещениях

$$\Delta_1(Z,t) - \Delta_2(Z,t) = [d_1(Z,t) + d_2(Z,t)] - [d_1(0,t) + d_2(0,t)] \quad (17)$$

где $\Delta_1(Z,t)$, $\Delta_2(Z,t)$ — удлинение тела болта и гайки на участке свинчивания длиной Z под действием силы Q ; $d_1(Z,t)$ и $d_2(Z,t)$ — сумма прогибов витков болта и гайки, в сечении Z ; $d_1(0,t)$ и $d_2(0,t)$ — сумма прогибов витков болта и гайки в сечении $Z=0$.

При определении $\Delta_1(Z,t)$, $\Delta_2(Z,t)$ элемент гайки длиной dZ схематизируется как толстостенная труба, под действием внутреннего давления $f(Z,t)$ и сжатия силой $F(Z,t)$. Для элемента болта схема загрузки аналогична, только в данном

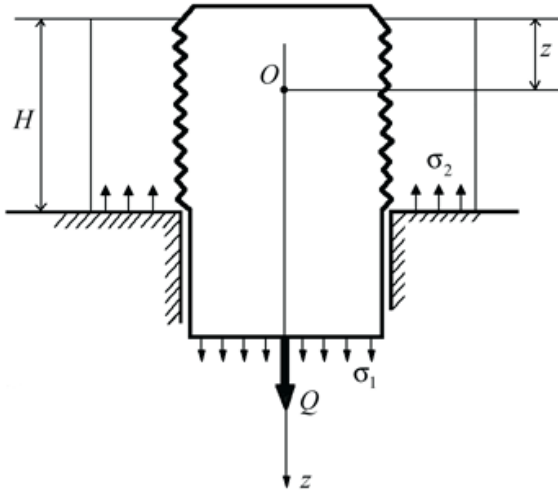


Рис. 9. Схема резьбового соединения типа болт-гайка.

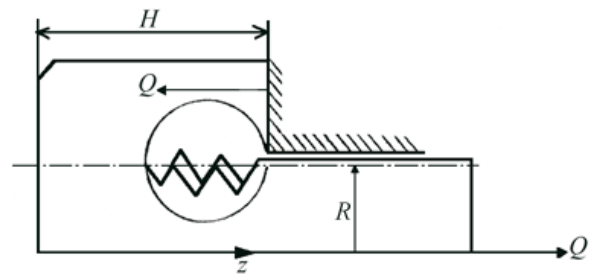


Рис. 10. Второй уровень декомпозиции резьбового соединения.

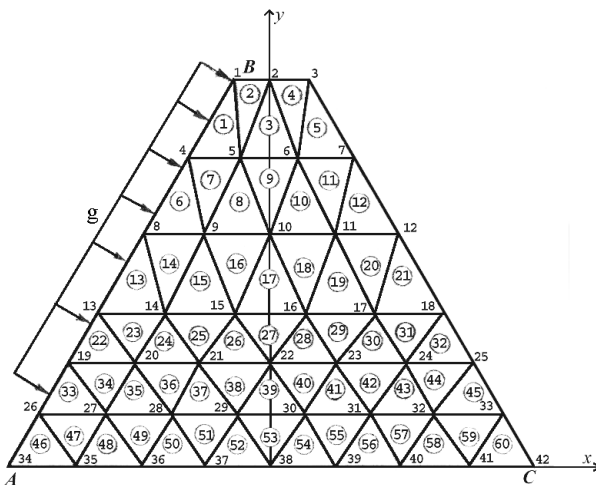


Рис. 11. Конечно-элементное разбиение витка резьбы.

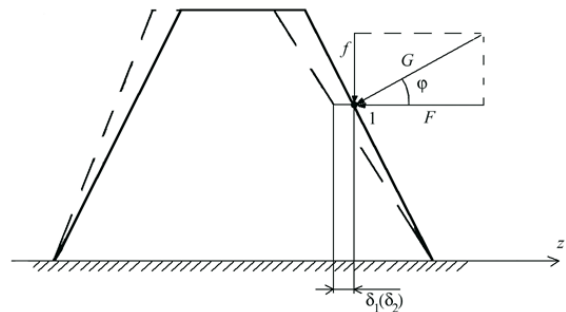


Рис. 12. Третий уровень декомпозиции резьбового соединения (виток резьбы болта и гайки).

случае элемент тела болта на участке длиной dZ схематизируется как сплошной цилиндр под действием сжимающего давления $f(Z,t)$ и растягивающей силы $F(Z,t)$.

Таким образом, обозначая через 1 – 4 блоки для витка болта, витка резьбы, элемента гайки и элемента болта соответственно и учитывая, что нас интересуют только осевые удлинения этих элементов δ_1 , δ_2 , Δ_1 и Δ_2 , краевую задачу для резьбового соединения мы сводим к одномерной статистически неопределимой системе (рис. 13). Уравнение «совместности деформаций» для δ_1 , δ_2 , Δ_1 и Δ_2 имеет вид (17). При этом все входные нагрузки для каждого блока в конечном итоге выражаются через $Q(t)$.

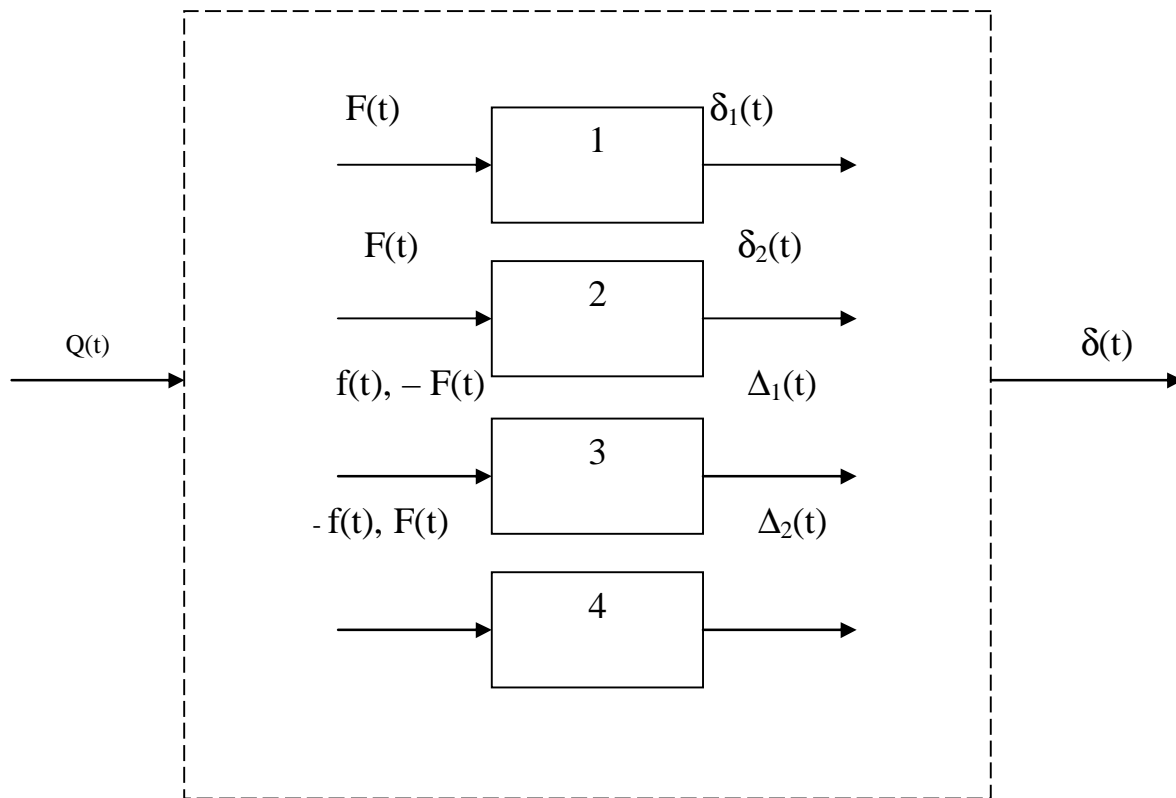


Рис. 13. Схема декомпозиции резьбового соединения в сечении с координатой Z .

В качестве обобщенного перемещения резьбового соединения как целого, характеризующего осевые смещения торцевых сечений болта и гайки, первоначально совпадающих с опорной поверхностью гайки, может быть использована величина

$$d_e^* = \Delta_{1e}(H) + d_{1e}(H) + d_{2e}(H) \quad (18)$$

В условиях неупругого реологического деформирования при некотором заданном Z все функции, использованные при расчетах, будут зависеть от времени. Обозначим через $Q_1(Z, t)$ величину осевой нагрузки в болте в сечении z , то для нее получено следующее дифференциальное уравнение:

$$Q_1''(Z,t) + 2nQ_1'(Z,t) - m^2Q_1(Z,t) = \frac{1}{e^*}Y(Z,t) \quad (19)$$

с начальными условиями:

$$\begin{cases} Q_1(0,t) = 0, \\ Q_1(H,t) = Q, \end{cases} \quad (20)$$

где n , m и e^* — известные константы, выражающиеся через геометрические параметры резьбового соединения и характеристики материала, а величина $Y(Z,t)$ определяется соотношениями

$$Y(Z,t) = Y_1(Z,t) - Y_2(Z,t) - [Y_3(Z,t) + Y_4(Z,t)] + [Y_3(0,t) + Y_4(0,t)], \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} Y_1(Z,t) &= \frac{d}{dZ}(\Delta_1^p(Z,t)), & Y_2(Z,t) &= \frac{d}{dZ}(\Delta_2^p(Z,t)), \\ Y_3(Z,t) &= \frac{d}{dZ}(d_{1p}(Z,t)), & Y_4(Z,t) &= \frac{d}{dZ}(d_{2p}(Z,t)). \end{aligned} \quad (22)$$

Величины δ_i^p , Δ_i^p ($i = 1, 2$) представляют сумму перемещений, вызванных деформациями ползучести и пластичности.

Решение линейного неоднородного дифференциального уравнения (19) имеет вид

$$\begin{aligned} Q_1(Z,t) &= \frac{e^{-nZ}}{2e^*m_*} \left[e^{m_*ZZ} \int_0^Z Y(x,t) e^{(n-m_*)x} dx - e^{-m_*ZZ} \int_0^Z Y(x,t) e^{(n+m_*)x} dx \right] + \\ &+ C_1 e^{(-n+m_*)Z} + C_2 e^{(-n-m_*)Z}, \end{aligned} \quad (23)$$

где произвольные постоянные C_1 и C_2 определяются из граничных условий (20) и задаются соотношениями:

$$C_1 = \frac{Q - \frac{e^{-nH}}{2e^*m_*} \left[e^{m_*HH} \int_0^H Y(x,t) e^{(n-m_*)x} dx - e^{-m_*HH} \int_0^H Y(x,t) e^{(n+m_*)x} dx \right]}{e^{-nH} \begin{pmatrix} m_*H & -m_*H \\ e & -e \end{pmatrix}} \quad (24)$$

$$C_2 = -C_1$$

В качестве примера реализации метода декомпозиции и агрегирования элементов конструкций в условиях неупругого деформирования было рассмотрено модельное резьбовое соединение, все элементы которого изготовлены из стали 12ХМФ при $T=590^\circ\text{C}$. Реологическая модель материала задается соотношениями (3) – (14). Геометрические параметры соединения следующие: высота гайки — 10мм; внешний радиус гайки — 7,5мм; внутренний радиус гайки — 5мм; радиус болта — 4,9мм; шаг резьбы — 1,5мм; угол профиля резьбы — 60° ; отношение высоты зуба к его основанию постоянно и равно 0,65.

Для вычисления обобщенного перемещения витка резьбы используются соотношения (15) – (16), в которых в качестве обобщенной нагрузки фигурирует распределенная нагрузка g (см. рис. 11), которая связана сосредоточенной силой G соотношением $G = g \cdot e$, где e — длина боковой стороны трапеции, которая в рассматриваемом случае равна $e = 1,125$ мм.

Расчет податливости резьбового соединения проводился для уровней затяжки $Q = 2000$ Н, 4000 Н, 5000 Н.

Величины Δ_1 и Δ_2 определялись из соответствующих обобщенных реологических моделей, построенных для гайки, которая схематизировалась как толстостенная труба, и для болта, который схематизировался как сплошной цилиндр. Построение обобщенных моделей для гайки и болта было выполнено по методике изложенной в разделе 3. При этом исходная информация для построения обобщенной модели гайки и болта получена численным решением соответствующих краевых задач. Расчетная диаграмма «упругопластического деформирования» резьбового соединения в координатах « δ^* — Q » представлена на рис. 14, а обобщенные кривые ползучести — на рис. 15.

Выполнен также анализ распределения усилия затяжки $Q(Z, t)$ в процессе реологического деформирования. Показано, что в упругом состоянии на последний виток приходится около 50% всей нагрузки, а на предпоследний — около 30%, в то время как в процессе ползучести резьбового соединения происходит перераспределение нагрузки по остальным виткам и часть нагрузки передается на остальные витки.

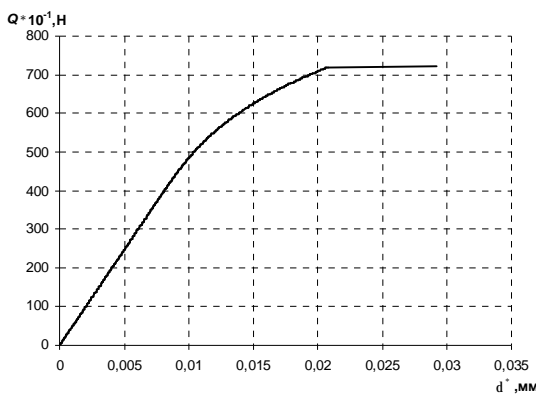


Рис. 14. Расчетная диаграмма деформирования резьбового соединения как целого.

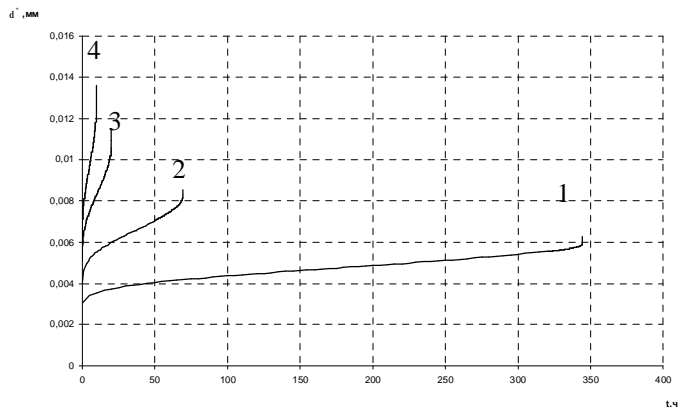


Рис. 15. Расчетные кривые ползучести резьбового соединения как целого.
Цифры: 1 — $Q = 1500$ Н; 2 — $Q = 2000$ Н;
3 — $Q = 2500$ Н; 4 — $Q = 2850$ Н.

Основные результаты диссертационной работы

1) Обоснован выбор реологической модели неупругого деформирования и разрушения материала при сложном напряженном состоянии и выполнена частичная проверка ее адекватности сравнением с экспериментальными данными по длительной прочности при нескольких видах напряженного состояния и расчетными данными по теории длительной прочности других авторов.

- 2) Разработан и реализован метод решения краевой задачи о неупругом реологическом деформировании и разрушении толстостенной трубы классическим методом под действием внутреннего давления и осевой силы; выполнена проверка адекватности метода сравнением данных расчета с экспериментальными данными по длительной прочности толстостенных труб при действии внутреннего давления.
- 3) Разработан метод построения обобщенных реологических моделей элементов конструкций в условиях неупругого реологического деформирования и разрушения материала при однопараметрическом нагружении.
- 4) Разработана методика определяющего эксперимента и идентификации параметров для обобщенной реологической модели.
- 5) Построены обобщенные реологические модели неупругого деформирования и разрушения при однопараметрическом нагружении для балки в условиях чистого изгиба; толстостенной трубы и толстостенной сферы при действии внутреннего давления; витка резьбового соединения; резьбовой пары «болт - гайка» как целого; выполнена проверка адекватности обобщенных моделей сравнением данными расчета по указанным моделям с данными расчета на основе решения краевых задач классическими методами и с данными расчета на основании программного комплекса ANSYS.
- 6) Разработана обобщенная реологическая модель для толстостенной трубы для двухпараметрического нагружения при действии внутреннего давления и осевой силы и выполнена проверка ее адекватности.
- 7) На основе метода декомпозиции и агрегирования реологических моделей дан алгоритм решения краевой задачи о неупругом деформировании и разрушении элементов (на примере резьбового соединения), который существенно снижает размерность задачи, объем вычислений по сравнению с классическими методами и позволяет обеспечить работу ЭВМ в реальном масштабе времени.
- 8) С использованием разработанного подхода решена модельная задача о напряженно-деформированном состоянии резьбового соединения из стали 12ХМФ при $T=590^{\circ}\text{C}$ и выполнен анализ решения.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Миронова С.Н. (Кубышкина С.Н.) Решение задачи упругопластического деформирования и разрушения толстостенной трубы на основании эндохронной теории пластичности // Вест. СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. – 1996. – Вып. 4. – с. 85-92.
2. Миронова С.Н. Оценка напряженно-деформированного состояния и разрушения толстостенной трубы в процессе неупругого реологического деформирования // Математическое моделирование. Тезисы докладов пятой межвузовской конференции. Самара.-1995.- с.18-19.
3. Кубышкина С.Н. Обобщенная модель неупругого реологического деформирования и разрушения толстостенной трубы при двухпараметрическом на-

гружении. //Тезисы докладов международной конференции молодых ученых: Актуальные проблемы современной науки. Ч.1. Самара. - 2000. – с.80.

4. Кубышкина С.Н., Пивоваров С.Н. Реологическое деформирование и разрушение толстостенной тороидальной оболочки под действием внутреннего давления //Надежность и качество в промышленности, энергетике и на транспорте. Труды международной конференции. Ч.1. Самара. -1999г. -с.15.
5. Радченко В.П. Миронова С.Н. Вариант эндохронной теории пластичности и ее применение к решению краевых задач //Математическое моделирование и краевые задачи. Четвертая межвузовская научная конференция. Тезисы докладов. Самара; СамГТУ. – 1994. –с. 4.
6. Радченко В.П., Кубышкина С.Н. Об одном подходе к описанию реологического деформирования и разрушения толстостенной трубы //Математическое моделирование и краевые задачи. Труды 7 межвузовской конференции. Ч.1. Самара: СамГТУ. –1997. – с.111-115.
7. Радченко В.П., Кубышкина С.Н. Математическая модель реологического деформирования и разрушения толстостенной трубы //Вест. СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. – Вып. 6. –1998. – с.23-34.
8. Радченко В.П., Кубышкина С.Н. Об одном подходе реологического разрушения и деформирования резьбовых соединений //Изв. вузов. Машиностроение – 1998 - №4-6. – с. 31-35.
9. Радченко В.П., Кубышкина С.Н. Решение краевой задачи о неупругом деформировании и разрушении толстостенной трубы при действии внутреннего давления и растягивающей нагрузки //Нелинейное моделирование и управление. Тезисы докладов. Самара. –1998. – с.120-121.
10. Радченко В.П., Астафьев А.Ю., Кубышкина С.Н. Обобщенная модель неупругого деформирования и разрушения балки в условиях чистого изгиба при ползучести //Математическое моделирование и краевые задачи. Труды десятой межвузовской конференции. Ч.1. Самара: СамГТУ –2000. – с. 114-120.
11. Радченко В.П., Кубышкина С.Н., Астафьев А.Ю. Математическая модель реологического деформирования и разрушения балки при чистом изгибе //Надежность и качество в промышленности, энергетике и на транспорте . Труды международной конференции. Ч.1., Самара, -1999. -с.22-23.
12. Радченко В.П., Кубышкина С.Н., Пивоваров С.Н. Решение упругой задачи для толстостенного тора, нагруженного внутренним давлением //Математическое моделирование и краевые задачи. Труды девятой межвузовской конференции. Ч.1. Самара: Сам ГТУ – 1999. – с.147-152.
13. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Кубышкина С.Н. Обобщенная модель неупругого деформирования и разрушения толстостенной сферической оболочки при ползучести //Вест. СамГТУ. Вып. №9. Серия: Физико-математические науки. Самара: СамГТУ. – 2000.- с. 46-54.