На правах рукописи

Шершнева Мария Викторовна

Разработка обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности для оценки показателей надежности элементов конструкций

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Самара – 2012

Работа выполнена на кафедре «Прикладная математика и информатика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный технический университет».

Научный руководитель:	*доктор физико–математических наук, профессор Радченко Владимир Павлович*
Официальные оппоненты:	*Клебанов Яков Мордухович, доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВПО «Самарский государственный технический университет», заведующий кафедрой «Механика»*
	Кирпичев Виктор Алексеевич, доктор технических наук, доцент, ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет)», профессор кафедры «Сопротивление материалов»
Ведущая организация:	*ФГБОУ ВПО «Пермский национальный исследовательский политехнический университет»*

Защита состоится 24 декабря 2012 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.217.02 в ФБГОУ ВПО «СамГТУ» по адресу: 443100, г. Самара, ул. Галактионовская, 141, корпус № 6, ауд. 33.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ФГБОУ ВПО «СамГТУ».

Автореферат разослан 21 ноября 2012 г.

Отзывы на автореферат (в двух экземплярах, заверенные печатью) просим направлять по адресу: 443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, Главный корпус, ученому секретарю диссертационного совета Д 212.217.02.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.217.02 Денисенко А. Ф.

Общая характеристика работы

Общая характеристика работы. Одними из наиболее ответственных характеристик, влияющих на работоспособность элементов конструкций из реономных материалов, являются характеристики ползучести и длительной прочности, которые даже при испытании материалов в лабораторных условиях имеют большой разброс данных. В большинстве случаев заложенные в основу отраслевых стандартов методических рекомендаций, СНиП и других руководящих документов детерминированные методики и теории игнорируют объективно существующий разброс свойств материала даже при строго калиброванных (фактически – детерминированных) внешних воздействиях и тем самым позволяют описать кинетику лишь некоторой «осредненной конструкции». Однако и с теоретической, и с практической точек зрения знание поведения «осредненной конструкции» является недостаточным при решении вопроса о ресурсе конкретных изделий, следствием чего является совершенно необоснованное, ориентированное на апостериорную информацию, назначение численных значений коэффициентов запаса.

Классические методы решения краевых стохастических задач на основе стохастической реологической модели практически непригодны для оценки индивидуального ресурса конкретной конструкции, так как полная стохастическая картина для распределения параметров неупругой деформации по области интегрирования отсутствует. Поэтому для решения такого рода задач необходимо использовать неклассические способы построения индивидуальных стохастических моделей для элементов конструкций.

Вышеизложенное и определяет актуальность тематики диссертационной работы.

Целью диссертационной работы является разработка обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций и методов оценки показателей надежности по деформационному и катастрофическому критериям отказа, теоретическое и экспериментальное обоснование разработанных моделей и методов.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1) выполнено теоретическое обоснование и разработан метод построения обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности, позволяющий, в отличие от существующих методов, аналитически выполнить оценку показателей надежности элементов конструкций; предложены обобщенные стохастические модели для конкретных конструктивных элементов в условиях однопараметрического нагружения;
2) разработана методика стохастической линеаризации уравнений состояния материалов и элементов конструкций и выполнена проверка адекватности линеаризованной модели данным численного эксперимента по нелинеари-

зованной модели и экспериментальным данным для стержневых элементов, толстостенной трубы под действием внутреннего давления, сплошного цилиндра в условиях кручения, балки при чистом изгибе, тонкостенных оболочек в условиях «растяжение — кручение — внутреннее давление»;

3) разработана методика идентификации параметров обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций;
4) разработаны методы оценки показателей надежности элементов конструкций на основе обобщенных стохастических моделей по параметрическим критериям отказа по схеме назначенного ресурса и выполнена их экспериментальная проверка;
5) предложен метод динамической оценки показателей надежности элементов конструкций с учетом индивидуальных реологических свойств материала при эксплуатации по техническому состоянию, позволяющий, в отличие от существующих методов, повысить ресурс конкретного изделия на $10 \div 30\,\%$;
6) выполнено сравнение технико-экономических показателей методов оценки ресурса и даны конкретные рекомендации по назначению вероятности безотказной работы для рассмотренных элементов конструкций.

Практическая значимость в теоретическом плане заключается в разработке новых обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций и методик оценки показателей надежности на их основе по параметрическим критериям отказа. С прикладной (инженерной) точки зрения разработанные методы позволяют, во-первых, решить ряд важных прикладных задач оценки ресурса типовых элементов конструкций как на стадии проектирования, так и на стадии их эксплуатации, а во-вторых, предложенные методы могут служить основой при разработке отраслевых стандартов, методических рекомендаций и других руководящих документов в области оценки надежности деталей и конструкций в условиях высокотемпературной ползучести и при научно обоснованном выборе коэффициентов запаса прочности для ответственных изделий энергетического и аэрокосмического промышленных комплексов.

Обоснованность выносимых на защиту научных положений, выводов и рекомендаций, а также достоверность результатов подтверждается адекватностью модельных математических представлений реальному механическому поведению материалов и элементов конструкций в условиях ползучести; корректностью использования математического аппарата, законов механики деформированного твердого тела; результатами сравнения данных расчета по предложенным линеаризованным обобщенным стохастическим моделям элементов конструкций с экспериментальными данными и данными численного решения соответствующих нелинеаризованных краевых задач для рассмотреных элементов конструкций; результатами сравнения данных расчета по предлагаемым моделям с данными расчета по моделям других авторов.

На защиту выносится:

1) метод построения обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций, позволяющий, в отличие от существующих методов, аналитически выполнять оценку их показателей надежности;
2) методика стохастической линеаризации уравнений реологического состояния материалов и элементов конструкций;
3) методика идентификации параметров обобщенной стохастической модели ползучести и длительной прочности элементов конструкций;
4) метод оценки показателей надежности элементов конструкций на основе обобщенных стохастических моделей по параметрическим критериям отказа в соответствии со схемой назначенного ресурса;
5) метод динамической оценки показателей надежности элементов конструкций с учетом индивидуальных реологических свойств материала при эксплуатации по техническому состоянию, позволяющий, в отличие от существующих методов, повысить ресурс конкретного изделия на $10 \div 30\,\%$;
6) результаты новых теоретических и экспериментальных исследований по определению показателей надежности для ряда конструктивных элементов в условиях ползучести (стержневые образцы, тонкостенные цилиндрические оболочки, толстостенная труба, балки, валы).

Апробация работы. Результаты научных исследований опубликованы в 15 печатных работах и докладывались на ряде конференций различного уровня: на конференции «Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела» (г. Пермь, 2008 г.), на 4–м Международном форуме молодых ученых (9–й Международной конференции) «Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки» (г. Самара, 2008 г.), на Шестой, Седьмой и Восьмой Всероссийских научных конференциях с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2009-2011 гг.), на IV Российской научно-технической конференции «Ресурс и диагностика материалов и конструкций» (г. Екатеринбург, 2009 г.), на международных научных конференциях молодых ученых по естественнонаучным и техническим дисциплинам «Научному прогрессу — творчество молодых» (г. Йошкар-Ола, 2009, 2010 гг.), на 5–м Международном форуме молодых ученых «Актуальные проблемы современной науки» (г. Самара, 2010 г.), на VI и VII Российских научно-технических конференциях «Механика микронеоднородных материалов и разрушение» (г. Екатеринбург, 2010, 2012 гг.), на симпозиуме с международным участием «Самолетостроение России. Проблемы и перспективы» (г. Самара, 2012 г.), на научном семинаре «Механика и прикладная математика» Самарского государственного технического университета (рук. проф. Радченко В. П., 2010-2012 гг.).

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 10–01–00644–а) и Министерства образования и науки (проект РНП. 2.1.1/3397, проект 1.312.2011).

Внедрение. Результаты диссертационной работы внедрены в ОКБ инженерного центра ОАО «Кузнецов» (г. Самара), использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» СамГТУ и включены в лекционный материал курсов «Реологические модели», «Математические модели механики сплошных сред», «Стохастические модели и теория надежности».

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 15 печатных работах, из них 3 статьи в рецензируемых журналах из перечня ВАК, 6 статей в сборниках трудов конференций и 6 тезисов докладов.

Личный вклад автора. Работы [2, 5, 7, 9, 10, 13, 14] выполнены самостоятельно, в основных работах [1, 3] диссертанту принадлежит совместная постановка задач и разработка методов их решения, ей лично принадлежит алгоритмизация, реализация методов в виде программного продукта и анализ результатов. В остальных работах [4, 6, 8, 11, 12, 15], опубликованных в соавторстве, автору в равной степени принадлежат как постановка задач, так и результаты выполненных исследований.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка источников из 177 наименований. Работа содержит 205 страниц основного текста, включая 48 таблиц и 23 рисунка, и приложения.

Содержание работы

Во введении обоснована актуальность темы диссертации, определяются цели исследования, излагаются научная новизна и практическая значимость работы, формулируются основные положения, выносимые на защиту, приводится структура диссертационной работы, а также сведения об апробации работы и публикациях.

Глава 1. Аналитический обзор и постановка задач исследования

Анализируются существующие подходы к построению стохастических моделей неупругого деформирования структурно неоднородных сред и рассматриваются постановки стохастических краевых задач в механике деформированного твердого тела, основы которых заложены В. В. Болотиным, А. А. Ильюшиным, В. А. Ломакиным, Ю. П. Самариным, Ю. В. Соколкиным, А. А. Ташкиновым и другими авторами.

Отмечается, что в теории ползучести основными проблемами являются физическая и стохастическая нелинейности задач. В данном направлении количество работ ограничено и представлено работами Ю. П. Самарина, В. П. Радченко, Н. Н. Попова и В. А. Кузнецова с соавторами.

Большое внимание уделено вопросу построения стохастических моделей. Отмечается, что стохастические реологические модели строятся путем обобщения соответствующих детерминированных теорий, спектр которых достаточно широк и представлен работами В. И. Астафьева, А. Н. Бадаева, В. В. Болотина, Б. В. Горева, Ю. И. Кадашевича, Л. М. Качанова, Я. М. Клебанова, В. И. Ковпака, А. Ф. Никитенко, В. В. Новожилова, А. М. Локощенко, Н. Н. Малинина, Ю. Н. Работнова, В. П. Радченко, Ю. П. Самарина, О. В. Соснина, С. А. Шестерикова, И. Ю. Цвелодуба, J. A. Betten, J. T. Boyle, F. A. Leckie, J. Spence и многих других авторов.

Проанализированы существующие методики и алгоритмы оценки показателей надежности элементов конструкций в условиях ползучести по деформационному критерию отказа и критерию длительной прочности. Показано, что классические стохастические теории ползучести со случайными параметрами и функциями позволяют получить решения, на основании которых, например, на стадии проектирования можно оценить показатели надежности, ориентированные на «генеральную» совокупность однотипных изделий. Поэтому соответствующие математические ожидания деформации, напряжения, времени до разрушения имеют широкую полосу естественного разброса. Очевидно, что такая информация мало что даёт для прогнозирования индивидуального поведения (ресурса) конкретной конструкции, приводит к назначению неоправданно высоких значений коэффициентов запаса и, как следствие этого, — к существенному увеличению металлоёмкости элементов конструкций.

В связи с этим становится актуальной разработка методов индивидуального прогнозирования напряженно-деформируемого состояния элементов конструкций и индивидуализации процессов их разрушения, которую нельзя решить классическими методами. Поэтому для решения такого рода задач используют некласические способы построения индивидуальных стохастических моделей для элементов конструкций на основе так называемых обобщенных моделей конструкций, которые развивались (в основном в пределах первых двух стадий ползучести) в работах Ю. П. Самарина, Ю. А. Еремина, В. П. Радченко, Е. Е. Елисеевой, Л. В. Кайдаловой, Л. А. Муратовой, Я. М. Клебанова, А. Н. Давыдова, Г. А. Гохфельда, О. С. Садакова, Ф. А. Лекки, А. Ц. Маккензи, Р. Г. Сима, Р. К. Пенни и многих других авторов. Делается вывод о необходимости обобщения данного подхода на случай разупрочнения и рассеянного разрушения материала вследствие ползучести.

По результатам аналитического обзора сформулированы основные задачи диссертационной работы.

Глава 2. Стохастическая модель одномерной ползучести и длительной прочности

В пункте 2.1 сформулированы задачи, рассматриваемые в главе 2.

В пункте 2.2 выполнено построение одномерной стохастической модели ползучести и длительной прочности и предложен метод стохастической линеаризации исходных соотношений. Основной вариант одномерной стохастической модели получен обобщением соответствующей детерминированной модели, предложенной Ю. П. Самариным и В. П. Радченко, и имеет вид

$$\begin{aligned}
&p = u + v + w; \qquad u(t) = \sum_{k=1}^{s} u_k(t),\\
&\dot{u}_k(t) = \lambda_k \left[A_k \sigma_0^m - u_k(t)\right]; \; v(t) = \sum_{k=1}^{s} v_k(t),\\
&\dot{v}_k(t) = \begin{cases} \lambda_k \left[B_k(\sigma_0^m - v_k(t)\right], & B_k\sigma_0^m \geqslant v_k(t),\\ 0, & B_k\sigma_0^m < v_k(t); \end{cases}\\
&\dot{w}(t) = C\sigma^n; \qquad \sigma = \sigma_0(1+\omega); \qquad \dot{\omega} = L\sigma\dot{w},
\end{aligned} \tag{1}$$

а критерий разрушения записывается следующим образом:

$$\Omega(t^*) = \int\limits_0^{t^*} \frac{\sigma \; dp}{L_A^*} = 1, \tag{2}$$

при этом

$$L = L_1(\sigma_0)^{m_1}, \quad L_A^* = L_A(\sigma_0)^{m_2}, \tag{3}$$

где p — деформация ползучести; u, v, w — вязкоупругая, вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести соответственно; σ_0 и σ — соответственно номинальное и истинное напряжения; ω – параметр поврежденности; L — параметр модели, контролирующий процесс разупрочнения материала на деформации ползучести; L_A^* — критическая величина работы истинного напряжения на деформации ползучести в момент разрушения $t = t^*$; A_k, B_k, C, L_1, L_A – случайные, а m, n, λ_k, s, m_1 и m_2 – детерминированные величины. В частных случаях для некоторых материалов могут выполняться условия $m_1 = m_2 = 0$ и тогда $L = L_1$, $L_A^* = L_A$.

Введенные гипотезы относительно случайных и детерминированных параметров модели (1) – (3) означают, что индивидуальные деформационные свойства конкретного образца определяются набором случайных величин A_k, B_k, C, L_1, L_A, а стохастические свойства совокупности образцов — законами распределения этих случайных величин.

Решением системы (1), (2) при $\sigma_0 = \mathrm{const}$ для деформации ползучести будет функция

$$p(t) = \sum_{k=1}^{m}(A_k + B_k)(1 - \exp(-\lambda_k t))\sigma_0^m - \frac{1}{nL\sigma_0}\ln\left|1 - n\sigma_0^{n+1}CLt\right|. \quad (4)$$

Пренебрегая вкладом компонент $u(t)$ и $v(t)$ в величину работы напряжений на деформации ползучести, находим формулу для вычисления работы:

$$A(t) = \int_0^t \sigma dp \approx \int_0^t \sigma dw = \frac{1}{L}\left[\left(1 - nCL\sigma_0^{n+1}t\right)^{-\frac{1}{n}} - 1\right], \quad (5)$$

при этом значение критической величины работы L_A^* в момент разрушения находится из (5) при $t = t^*$.

Последние слагаемые соотношений (4) и (5) являются нелинейными относительно случайных величин C и L, поэтому для оценки надежности они крайне неудобны, так как существующие методики разработаны лишь для стохастических линейных моделей. Следовательно соотношения (4) и (5) необходимо линеаризовать. Для этой цели функции $\ln(1-x)$ и $(1-x)^{-\frac{1}{n}}-1$ аппроксимированы степенными полиномами до степеней x^4 и x^3 соответственно. Тогда с учетом разложений выражения для деформации ползучести (4) и работы (5) принимают вид:

$$\begin{aligned} p(t) &= \sum_{k=1}^{m}(A_k + B_k)(1 - \exp(-\lambda_k t))\sigma_0^m + C\sigma_0^n t + 0,911C^2Ln\sigma_0^{2n+1}t^2 - \\ &\quad -1,906C^3L^2n^2\sigma_0^{3n+2}t^3 + 3,061C^4L^3n^3\sigma_0^{4n+3}t^4, \quad (6) \\ A(t) &= 0,348n\sigma_0^{n+1}Ct - 0,239n^2\sigma_0^{2n+2}C^2Lt^2 + 1,068n^3\sigma_0^{3n+3}C^3L^2t^3. \quad (7) \end{aligned}$$

Выражения (6) и (7) являются стохастически линейными относительно A_k, B_k, C, а также новых случайных величин C^2L, C^3L^2, C^4L^3, выборки которых можно найти непосредственно, если известны выборки случайных величин C и L, а затем найти математическое ожидание, дисперсии и корреляционные моменты случайных величин C, C^2L, C^3L^2 и C^4L^3, и далее определить все статистические оценки функций $p = p(t)$ и $A = A(t)$ в аналитическом виде.

В пункте 2.3 разработана методика идентификации параметров модели (1) – (3) при отсутствии первой стадии ползучести ($u(t) = v(t) = 0$, $A_k = B_k = 0$), которая была реализована на основании экспериментальных данных для 21 графика ползучести растягиваемых образцов из стали 12Х18Н10Т ($T = 850$ °C) при четырех значениях напряжения $\sigma_0 = \{39,24;\ 49,05;\ 58,86;\ 78,48\}$ МПа, полученных А. М. Локощенко и С. А. Шестериковым. Основные экспериментальные характеристики образцов приведены в таблице 1, где $\dot{p}_0 = \dot{p}(0+0)$ – скорость установившейся ползучести в начальный момент времени, t^* и p^* – время и деформация ползучести, соответствующие разрушению образца. Согласно предложенной методике получено: $n = 3,2$; $m_1 = m_2 = 0$. Случайная величина C для каждой реализации определялась из соотношения $C = \dot{p}_0/\sigma_0^n$, а значение L — из условия прохождения графика через точку разрушения (t^*, p^*), из решения (4) относительно L при $t = t^*$ и $p(t^*) = p^*$. После определения C и L величина L_A^* определялась по формуле (5) при $t = t^*$. Значения случайных величин C, $L = L_1$, $L_A^* = L_A$ для всех реализаций приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты эксперимента и расчета случаных величин C, L и L_A^* для модели стали 12Х18Н10Т ($T = 850$ °C)

№ обр.	σ_0,МПа	$\dot{p}_0$, час$^{-1}$	t^*, час	p^*	$C \cdot 10^9$	L	L_A^*
5	39,24	0,00080	35	0,048	6,365	0,198	2,277
11		0,00081	40	0,085	6,435	0,223	4,932
16		0,00080	47	0,152	6,365	0,208	11,820
13		0,00084	66	0,234	6,673	0,142	18,916
30		0,00084	67	0,110	6,673	0,111	5,537
32		0,00081	68	0,125	6,435	0,124	6,751
24	49,05	0,0023	18	0,080	8,947	0,119	4,951
22		0,0019	20,5	0,090	7,391	0,141	6,061
23		0,0019	21,5	0,110	7,391	0,143	8,134
27		0,0019	22,5	0,093	7,391	0,125	6,137
26		0,0021	24	0,130	8,169	0,114	9,312
29		0,0017	28	0,120	6,613	0,120	8,558
28		0,0014	30	0,080	5,446	0,117	4,983
15	58,86	0,0037	6,7	0,065	8,031	0,194	5,701
31		0,0027	14	0,047	5,861	0,051	2,968
17		0,0023	15	0,073	4,992	0,127	5,691
7		0,0023	16	0,050	4,992	0,069	3,266
14		0,0033	20	0,170	7,163	0,073	14,758
21		0,0023	20,5	0,090	4,992	0,087	6,737
39	78,48	0,0110	6	0,130	9,510	0,048	13,177
37		0,0045	6	0,118	3,890	0,146	18,796

Пункт 2.4 посвящен проверке линеаризованной модели при ступенчатых режимах нагружения, которые наиболее контрастно выявляют все недостатки любой теории ползучести. Получены линеаризованные (относительно

случайных параметров C, C^2L, C^3L^2 и C^4L^3) на каждой ступени нагружения аналитические выражения для деформации $p = p(t)$ и работы $A = A(t)$. Выполнены модельные расчеты для образцов из стали 12Х18Н10Т по линеаризованной модели и по точным формулам для отдельных образцов при двух– и трехступенчатых режимах нагружения с найденными значениями случайных величин (см. табл. 1). Здесь также наблюдается хорошее соответствие расчетных данных по линеаризованной и точной (нелинеаризованной) моделям.

В пункте 2.5 приведена методика идентификации случайных параметров модели (1) – (3) при наличии всех трех стадий ползучести, которая была реализована на основании экспериментальных данных по ползучести 9 образцов из сплава ЖС6КП ($T = 900$ °C) при трех уровнях напряжения $\sigma_0 = \{185;\ 200;\ 270\}$ МПа. Выполнены исследования данных расчета по линеаризованной модели (6) и точной формуле (4), аналогичные пунктам 2.4 и 2.5, и показано хорошее соответствие данных по обеим моделям (4) и (6).

В пункте 2.6 приведены выводы по главе 2.

Глава 3. Методы оценки показателей надежности стержневых элементов конструкций и тонкостенных оболочек по параметрическим критериям отказа в условиях ползучести

В пункте 3.1 сформулированы постановки задач данной главы.

В пункте 3.2 разработан метод оценки надежности стержневого элемента по деформационному критерию отказа. Параметрический критерий отказа для рассматриваемого стохастически неоднородного стержня может быть сформулирован в виде некоторого соотношения для деформации ползучести p. Предельное значение деформации p^* предполагается детерминированной величиной. Если во всех точках элемента конструкции выполняется соотношение $p(t) \leqslant p^*$, условие прочности считается выполненным, а элемент конструкции является работоспособным. При выполнении условия $p(t) > p^*$ хотя бы в одной точке происходит локальный отказ, что приводит к нарушению работоспособности всего элемента конструкции.

Основной количественной характеристикой надежности является вероятность безотказной работы. Поскольку деформация ползучести представляет собой неубывающую функцию, функция надежности $P(t)$, описывающая вероятность безотказной работы на отрезке $[0, t]$, равна вероятности пребывания случайной функции $p(t)$ в допустимой области $(0, p^*)$ и определяется формулой $P(t) = P\{p(t) \in (0, p^*)\}$.

Тогда для вероятности безотказной работы имеем

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_p(t)} \int\limits_0^{p^*} e^{-\frac{(x-m_p(t))^2}{2S_p^2(t)}}\,dx, \qquad (8)$$

где m_p – математическое ожидание, а S_p^2 – дисперсия деформации ползучести $p = p(t)$.

Вероятность $P(t)$ можно использовать для назначения ресурса стержневого элемента. Назначенный ресурс T_* определяют так, чтобы вероятность обеспечения T_* была равна заданному (конкретному) значению P^* вероятности безотказной работы. Для расчета времени отказа при заданном значении вероятности P^* по формуле (8) необходимо иметь функции математического ожидания и дисперсии для деформации ползучести, которые легко находятся из линеаризованной модели (6).

В диссертации рассмотрено три варианта модели. В первом выполнена оценка надежности стержня при постоянном напряжении при отсутствии первой стадии ползучести на примере растягиваемых стержней из стали 12Х18Н10Т. Тогда для математического ожидания и дисперсии функции $p = p(t)$ имеем:

$$m_p = M_0 m_C + M_1 m_{C^2L} + M_2 m_{C^3L^2} + M_3 m_{C^4L^3}, \tag{9}$$

$$\begin{aligned} S_p^2(t) = {} & M_0^2 S_c^2 + M_1^2 S_{c^2\alpha}^2 + M_2^2 S_{c^3\alpha^2}^2 + M_3^2 S_{c^4\alpha^3}^2 + \\ & + 2\left[M_0 M_1 K_{c,c^2\alpha} + M_0 M_2 K_{c,c^3\alpha^2} + M_0 M_3 K_{c,c^4\alpha^3} + \right. \\ & \left. + M_1 M_2 K_{c^2\alpha,c^3\alpha^2} + M_1 M_3 K_{c^2\alpha,c^4\alpha^3} + M_2 M_3 K_{c^3\alpha^2,c^4\alpha^3}\right], \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} & M_0 = \sigma_0^n t, \quad M_1 = 0,911 n \sigma_0^{2n+1} t^2, \\ & M_2 = -1,906 n^2 \sigma_0^{3n+2} t^3, \quad M_3 = 3,061 n^3 \sigma_0^{4n+3} t^4, \end{aligned} \tag{11}$$

а $K_{\alpha,\beta}$ — корреляционный момент двух случайных величин α и β.

При известных математическом ожидании (9) и дисперсии (10) по (8) вычисляется вероятность безотказной работы $P(t)$ при величине предельной деформации $p^* = 0,04$.

В табл. 2 приведены расчетные значения времени отказа ($t_{\text{расч}}$) по всей совокупности образцов с заданными значениями вероятности $P(t_{\text{расч}}) = = P^* = \{0,9;\ 0,95;\ 0,99\}$. Здесь же представлены экспериментальные значения времени отказа $t_{\text{эксп}}$ для каждой реализации (время, при котором деформа-

Таблица 2. Примеры расчета времени отказа для образцов из стали 12Х18Н10Т по деформационному критерию

σ_0	$P(t)$	$t_{\text{расч}}$, час	$t_{\text{эксп}}$, час
39,24	0,99	24,5	32,9; 29; 28,4; 28,4; 32,9; 29,7
	0,95	26,5	
	0,9	27,7	
49,05	0,99	11	12; 13,55; 14,2; 15,2; 20; 13,55; 13,55
	0,95	11,9	
	0,9	12,4	
58,86	0,99	5,7	6; 10,3; 11,7; 12,8; 13,5; 14,5
	0,95	6	
	0,9	6,3	
78,48	0,99	1,94	3,14; 4,2
	0,95	2	
	0,9	2,15	

ция ползучести конкретной реализации достигает значения $p^* = 0,04$).

Как следует из анализа данных табл. 2, при уровне вероятности 0,99 все экспериментальные значения (правый столбец таблицы) лежат правее времени безотказной работы, вычисленного по формуле (8). При значениях вероятности 0,95 и 0,9 имеются экспериментальные значения времени безотказной работы, которые лежат левее расчетного значения, т.е. имеются «выбросы» из расчетного значения ресурса. Поэтому в прикладных расчетах рекомендуется использовать величину вероятности безотказной работы 0,99.

Аналогичным образом исследованы случаи расчета надежности при ступенчатом режиме нагружения без учета первой стадии и при наличии всех трех стадий ползучести. В последнем случае выполнена экспериментальная проверка метода на образцах из сплава ЖС6КП ($T = 900$ °C) и показано, что здесь также может быть рекомендована величина безотказной работы 0,99.

В пункте 3.3 предложен метод оценки индивидуального остаточного ресурса конкретного конструктивного элемента. Обозначим через T_* величину назначенного по схеме пункта 3.2 ресурса для партии однотипных изделий. Фактический же ресурс T — случайная величина, определяемая моментом достижения деформацией ползучести конкретного изделия заданной величины p_0^*, причем $T > T_*$. В связи с этим для увеличения коэффициента использования ресурса конструкции предполагается в момент выработки T_* измерить накопленую деформацию ползучести конкретного элемента и с ее учетом для каждой конструкции индивидуально решать вопрос о целесообразности и продолжительности дальнейшей эксплуатации. Теперь надежность конкретной конструкции при $t > T_*$ характеризуется условной вероятностью безотказной работы

$$P\left[t/p(T_*)\right] = P\left\{p(t) \in (0, p_0^*) \,/ p(T_*) = p_1^*\right\}. \tag{12}$$

Получены соответствующие расчетные формулы для математического ожидания, дисперсии и вероятности безотказной работы, что позволило уточнить индивидуальный ресурс конкретного образца. Исследованы те же случаи, что и в пункте 3.2, и получено, например, для образцов из стали 12Х18Н10Т, что увеличение индивидуального ресурса по отношению к ресурсу T_* для всей партии однотипных изделий имеет величину $10 \div 30\,\%$.

В пункте 3.4 методика индивидуального прогнозирования обобщена на кинетические уравнения Ю. Н. Работнова и выполнена ее проверка на основании данных о ползучести образцов из стали 12Х18Н10Т.

В пункте 3.5 изложена методика оценки надежности стержневого элемента по катастрофическому критерию отказа (по параметру длительной прочности). Условие прочности в данном случае записывается в виде

$$A(t) \leqslant L_A^*, \tag{13}$$

где $A(t)$ – накопленная к моменту времени t работа, L_A^* – назначенный ресурс (критическая величина работы, при которой происходит разрушение материала; в общем случае является случайной величиной).

Функция надежности $P(t)$, описывающая вероятность безотказной работы на отрезке $[0,t]$, равна вероятности пребывания случайной функции $A(t)$ в допустимой области $(0, L_A^*)$ и задается формулой

$$P(t) = P\left\{A(t) \in (0, L_A^*)\right\}. \tag{14}$$

Поскольку величина L_A^* в критерии (5) является случайной, условие безотказной работы (13) необходимо модифицировать. Для этого вводится в рассмотрение случайная функция

$$\beta(t) = A(t) - L_A^* \ \ (\beta(t) \in (-\infty, 0))\,, \tag{15}$$

где $A(t)$ в одноосном случае задается (7).

Тогда вероятность $P(t)$ безотказной работы для элемента конструкции (при известном математическом ожидании m_β и дисперсии S_β^2 величины $\beta(t)$) определяется из условия

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_\beta} \int\limits_{-\infty}^{0} e^{\frac{-(x-m_\beta)^2}{2S_\beta^2}} dt. \tag{16}$$

Выполнены расчеты по оценке надежности по катастрофическому критерию отказа (16) для образцов из стали 12Х18Н10Т, при этом расчетные значения ресурса $t_{\text{расч}}$ (при вероятности 0,99) оказались намного меньше, чем при расчете по деформационному критерию. По-видимому, это связано с тем, что величина L_A^* является случайной (при использовании деформационного критерия p^* — детерминированная величина).

В пункте 3.6 предложена стохастическая модель ползучести и длительной прочности в условиях сложного напряженного состояния на базе квазилинейных уравнений установившейся ползучести и параметра поврежденности энергетического вида. В главных осях уравнения допускают стохастичекую линеаризацию для компонент тензора деформации ползучести, аналогичную случаю одноосной модели.

В пункте 3.7 выполнена оценка надежности тонкостенных цилиндрических оболочек по катастрофическому критерию разрушения и проведена ее экспериментальная проверка (по данным А. М. Локощенко и С. А. Шестерикова) для оболочек из стали 12Х18Н10Т при двух режимах нагружения: «растяжение+кручение» (24 образца при различных сочетаниях главных напряжений σ_1 и σ_2, $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$) и «растяжение+внутреннее давление» (14 образцов также при различных σ_1 и σ_2, $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$).

В пункте 3.8 сформулированы основные выводы по главе 3.

Глава 4. Обобщенные стохастические модели ползучести и длительной прочности элементов конструкций

В пункте 4.1 приведены постановки задач данной главы.

В пункте 4.2 выполнено обоснование необходимости применения обобщенных стохастических моделей для оценки показателей надежности элементов конструкций в условиях ползучести и приведена методика их построения. Суть данного подхода состоит в том, что, рассматривая конструктивный элемент как единое целое (специфический образец, хотя и сложной структуры), можно установить связь между входными (нагрузки) и выходными (перемещения, деформации, углы закручивания и т.п.) параметрами, аналогично тому, как строятся модели ползучести для одноосного растягиваемого образца. Тогда для конкретизации связи между входными параметрами (обобщенная нагрузка) и выходными характеристиками (обобщенные перемещения) можно использовать уже имеющиеся одноосные стохастические модели реологического деформирования, разработанные в главах 2 и 3. Такой подход основан на полной аналогии кривых ползучести для растягиваемого стержня при $\sigma_0 = \mathrm{const}$ и соответствующих диаграмм в координатах «обобщенное перемещение — время» конструктивного элемента как целого при постоянных обобщенных перемещениях.

Детально теоретически исследован случай однопараметрического нагружения и показано, что в этом случае структура обобщенной стохастической модели ползучести и длительной прочности элемента конструкции полностью совпадает со структурой одноосной модели (1) – (3) с заменой в ней деформации ползучести p на обобщенное перемещение ε, номинального (σ_0) и истинного (σ) напряжений — на номинальную (q_0) и фиктивную (q) обобщенную нагрузки.

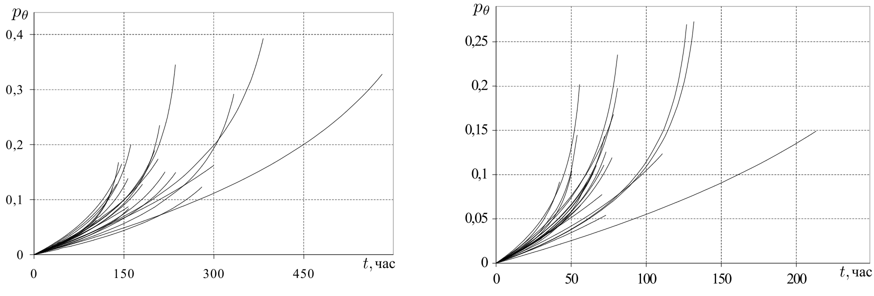
В пункте 4.3 приведена методика построения обобщенной стохастической модели ползучести толстостенной трубы под действием внутреннего давления q_0. Здесь в качестве обобщенного перемещения выбрана окружная компонента p_θ на внутреннем радиусе трубы, в качестве обобщенного перемещения — величина внутреннего давления q_0, а обобщенная стохастическая модель имеет вид (1) – (3) с заменой p на p_θ, σ_0 на q_0 и σ на фиктивное давление q.

Исходной информацией для построения обобщенной стохастической модели типа (1) – (3) является серия обобщенных кривых ползучести вплоть до разрушения при нескольких значениях $q_0 = \text{const}$, полученных либо экспериментально, либо в результате численного эксперимента решением соответствующей краевой задачи.

В качестве примера рассмотрена модель трубы с радиусом $R_1 = 13$ мм, $R_2 = 16$ мм из стали 12Х18Н10Т, у которой отсутствует первая стадия ползучести. В качестве исходной информации для построения детерминированной и стохастической обобщенной модели использовались результаты численного решения краевой задачи о ползучести толстостенной трубы. В частности, для построения стохастической модели также выполнен численный эксперимент следующего характера. Поскольку согласно вышеизложенному случайные свойства параметров C, L и L_A^* модели материала (1) – (3) в пределах одного «образца» (толстостенной трубы) имеют постоянные значения, которые, однако, случайным образом изменяются от одного образца к другому, с использованием статистической информации для модели материала 12Х18Н10Т ($T = 850\ ^\circ\text{C}$) генерировались выборки случайных величин C, L и L_A^*, для каждой из которых решалась условно «детерминированная» краевая задача для толстостенной трубы при фиксированных значениях давления $q_0 = \text{const}$. Для каждого уровня нагрузки $q_0 = \{5,5; 6,5; 8,2\}$ МПа расчетным путем получено по 21 реализации обобщенных кривых ползучести. В частности, в качестве примера на рисунке приведены результаты генерирования отдельных реализаций обобщенных кривых ползучести толстостенных труб при двух уровнях внутреннего давления. По данной статистической информации (63 реализации) уже для обобщенной стохастической модели трубы аналогично случаю одноосного растяжения (глава 2) определены значения случайных параметров C, $L = L_1$ и $L_A^* = L_A$ для каждой реализации, с использованием которых вычислены математическое ожидание и дисперсия обобщенного перемещения $p_\theta = p_\theta(t)$. Тем самым и заканчивается построение стохастической обобщенной модели типа (1) – (3) для данного конкретного случая.

В пункте 4.4 выполнена оценка надежности толстостенной трубы по деформационному критерию по схеме назначенного ресурса и при эксплуатации по техническому состоянию (индивидуальный остаточной ресурс), при этом все расчетные формулы для оценки надежности, полученные для стержневых образцов, сохраняются в силу аналогии стохастических уравнений состояния для стержня и толстостенной трубы. Показано, что и для толстостенной трубы при использование индивидуальных реологических свойств индивидуальный остаточный ресурс конкретного изделия увеличивается на $10 \div 30\,\%$.

В пункте 4.5 и 4.6 построены соответственно обобщенные стохасти-



а *б*

Обобщенные кривые ползучести толстостенной трубы из стали 12Х18Н10Т ($T = 850$ °С) в координатах «окружная деформация ползучести – время»: *а*– $q_0 = 6,5$ МПа; *б*– $q_0 = 8,2$ МПа

ческие модели для сплошного цилиндра при кручении (обобщенное перемещение — погонный угол закручивания, обобщенная нагрузка — крутящий момент) и для чистого изгиба балки (обобщенное перемещение — кривизна балки, обобщенная нагрузка — изгибающий момент). В качестве исходной «экспериментальной» информации для построения обобщенных моделей также использовались данные численного решения соответствующей краевой задачи. Однако для рассматриваемых конструктивных элементов была выполнена проверка соответствия данных решения краевой задачи экспериментальным данным по кручению стержня и изгибу балки прямоугольного сечения из сплава Д16Т ($T = 250$ °С), причем наблюдалось хорошее их согласование.

Для проверки и иллюстрации методов оценки надежности этих элементов конструкций были выполнены модельные расчеты для стержня при кручении и для балки в условиях чистого изгиба, изготовленных из стали 12Х18Н10Т. В целом получены количественные характеристики для ресурса,аналогичные случаю толстостенной трубы.

В пункте 4.7 указано, что вышеперечисленные методы были внедрены в ОАО «Кузнецов» (г. Самара) и на кафедре «Прикладная математика и информатика» СамГТУ.

В пункте 4.8 приведены выводы по главе 4.

В заключении перечислены основные результаты, полученные в диссертационной работе.

1. Разработана стохастическая модель ползучести и длительной прочности энергетического типа в условиях одноосного и сложного напряженных состояний и выполнено ее экспериментальное обоснование.
2. Разработана методика стохастической линеаризации определяющих реологических уравнений разупрочняющихся материалов и выполнена проверка адекватности линеаризованной модели данным численного экспе-

римента по нелинеаризованной модели и экспериментальным данным для нержавеющей стали 12Х18Н10Т ($T = 850\ ^\circ$C) и жаропрочного сплава ЖС6КП ($T = 900\ ^\circ$C).

3. Выполнено теоретическое обоснование и разработан метод построения обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций. Предложены обобщенные стохастические модели для конкретных конструктивных элементов в условиях однопараметрического нагружения (толстостенная труба под действием внутреннего давления, сплошной цилиндр в условиях чистого кручения, балка в условиях чистого изгиба).
4. Разработаны схема проведения определяющего эксперимента и методика идентификации параметров для построения обобщенных моделей ползучести и длительной прочности элементов конструкций.
5. Разработаны методы оценки показателей надежности элементов конструкций на основе обобщенных стохастических моделей ползучести и длительной прочности по деформационному и катастрофическому критериям отказа по схеме назначенного ресурса и схеме оценки индивидуального остаточного ресурса (при эксплуатации по техническому состоянию).
6. Выполнена проверка адекватности методов оценки надежности элементов конструкций экспериментальным данным по ползучести стержневых образцов из стали 12Х18Н10Т ($T = 850\ ^\circ$C) и сплава ЖС6КП, тонкостенных цилиндрических оболочек из стали 12Х18Н10Т в условиях «растяжение — кручение — внутреннее давление» и данным численного эксперимента на основе прямого численного метода решения стохастической краевой задачи для толстостенной трубы, сплошного цилиндра при кручении и для балки в условиях чистого изгиба.
7. Выполнено сравнение технико-экономических показателей методов оценки ресурса по параметрическим критериям отказа.
8. Разработанные методы, алгоритмы и программное обеспечение внедрены в ОАО «Кузнецов» (г. Самара), использованы в учебном процессе кафедры «Прикладная математика и информатика» и включены в лекционный материал курсов «Реологические модели», «Математические модели механики сплошных сред», «Стохастические модели и теория надежности» СамГТУ.

Список основных публикаций в рецензируемых журналах из перечня ВАК:

1. *Попов Н. Н., Павлова Г. А., Шершнева М. В.* Оценка надёжности стержневых элементов конструкций из стохастически неоднородного разупроч-

нённого материала в условиях ползучести на основе параметрического критерия отказа // Вестник Самар. гос. техн. ун–та. Сер.: Физ.–мат. науки. 2010. №5(21). С. 117–124.

2. *Шершнева М. В.* Метод расчета ресурса стержневых конструкций на основе энергетического варианта ползучести и длительной прочности // Вестник Самар. гос. техн. ун–та. Сер.: Физ.–мат. науки. 2012. №1(26). С. 141–149.
3. *Радченко В. П., Кубышкина С. Н., Шершнева М. В.* Оценка надежности элементов конструкций в условиях ползучести на основании стохастических обобщенных моделей // Вестник Самар. гос. техн. ун–та. Сер.: Физ.–мат. науки. 2012. №3(28). С. 53–71.

В других изданиях:

4. *Радченко В. П., Попов Н. Н., Шершнева М. В.* Вариант стохастической модели ползучести и длительной прочности // В сб.: Проблемы нелинейной механики деформир. тверд. тела: Тез. докл. Пермь, 2008. С.88.
5. *Шершнева М. В.* Математическое моделирование надежности элементов стержневых конструкций в условиях ползучести по деформационному критерию отказа // В сб.: Актуальные проблемы современной науки: Тр. 4-го междунар. форума молод. учен. Ч. 1-3: Математика. Математическое моделирование. Механика. Самара: СамГТУ, 2008. С. 244–251.
6. *Радченко В. П., Шершнева М. В., Попов Н. Н.* Аналитический метод оценки надежности элементов конструкций в условиях ползучести по катастрофическому критерию отказа // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. шестой Всероссийской научной конференции с международным участием. Самара: СамГТУ, 2009. С. 221–231.
7. *Шершнева М. В.* Разработка методов оценки надежности стержневых элементов конструкций по катастрофическому критерию отказа в условиях ползучести // Научному прогрессу — творчество молодых: Тез. докл. международной научной конференции молодых ученых по естественнонаучным и техническим дисциплинам. Йошкар-Ола, 2009. С. 110–111.
8. *Радченко В. П., Попов Н. Н., Шершнева М. В.* Аналитические методы оценки надежности стержневых элементов конструкций из разупрочняющего материала в условиях ползучести // Ресурс и диагностика материалов и конструкций: Тез. докл. IV Российской научно-технической конференции. Екатеринбург, 2009. С.148.
9. *Шершнева М. В.* Аналитические методы оценки надежности тонкостенных цилиндрических оболочек в условиях ползучести по катастрофическому критерию отказа // Научному прогрессу — творчество молодых:

Тез. докл. междунар. научн. конф. молод. учен. по естественнонаучным и технич. дисциплинам. Йошкар-Ола, 2010. С. 126–127.

10. *Шершнева М. В.* Методика оценки индивидуального ресурса стохастически неоднородных стержневых элементов конструкций по параметрическому критерию отказа в условиях ползучести // В сб.: Актуальные проблемы современной науки: Тр. 5-го международного форума молодых ученых. Части 1-3: Математика. Математичекое моделирование. Механика. Самара: СамГТУ, 2010. С. 251–256.
11. *Радченко В. П., Попов Н. Н., Шершнева М. В.* Оценка индивидуального остаточного ресурса стержневых элементов конструкций по деформационным критериям отказа в условиях ползучести // Механика микронеоднородных материалов и разрушение: Тез. докл. VI Российской научно-технической конференции. Екатеринбург, 2010. С.123.
12. *Радченко В. П., Шершнева М. В., Попов Н. Н.* Об одном подходе прогнозирования ресурса стержневых конструкций в условиях ползучести при эксплуатации по техническому состоянию // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. седьмой Всероссийской научной конференции с международным участием. Самара: СамГТУ, 2010. С. 298–303.
13. *Шершнева М. В.* Аналитический метод оценки надежности стержневых элементов конструкций в условиях ползучести при переменных режимах нагружения // Математическое моделирование и краевые задачи: Тр. восьмой Всероссийской научной конференции с международным участием. Самара: СамГТУ, 2011. С. 246–255.
14. *Шершнева М. В.* Об одном подходе к оценке надежности стержневых элементов конструкций в условиях ползучести при эксплуатации по техническому состоянию // Механика микронеоднородных материалов и разрушение: Тез. докл. VII Российской научно-технической конференции. Екатеринбург, 2012. С.123.
15. *Радченко В. П., Кубышкина С. Н., Шершнева М. В.* Обобщенные реологические модели ползучести и длительной прочности макромеханики конструкции // Самолетостроение России. Проблемы и перспективы: Тр. симпозиума с междунар. участием. Самара, 2012. С. 329–331.

Автореферат отпечатан с разрешения диссертационного совета Д 212.217.02
ФГБОУ ВПО «СамГТУ» (протокол № 38 от 19.11.2012 г.)
Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 1,0
Тираж 100 экз. Заказ № 908.
ФГБОУ ВПО «СамГТУ»
Отдел типографии и оперативной печати
443100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244.